

自适应 SICKF 及在目标跟踪中的应用

熊超¹, 解武杰²

(1. 空军工程大学 研究生院, 陕西 西安 710038; 2. 空军工程大学 装备管理与无人机工程学院, 陕西 西安 710038)

摘 要:针对容积卡尔曼滤波(CKF)估计精度在系统状态或参数突变时下降的问题,结合均方根嵌入式容积卡尔曼滤波(SICKF)和强跟踪滤波(STF)思想,提出了一种自适应 SICKF(ASICKF)方法。在 SICKF 获得高估计精度的同时引入 STF 条件,根据系统输出残差获得自适应渐消因子,将其引入系统输出协方差均方根阵和互协方差阵中对滤波增益进行实时修正,强迫系统输出残差序列始终正交,从而使 SICKF 算法具备强跟踪能力。为验证所提 ASICKF 算法性能,利用数值仿真将其应用于存在突变情况的目标跟踪问题中。仿真结果表明,ASICKF 在系统状态突变时仍能保持较高的估计精度,算法稳定性和适应能力较好。

关键词:非线性高斯滤波;嵌入式容积准则;自适应滤波;目标跟踪

中图分类号: TN971; TP13

文献标识码: A

DOI: 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.04.031

Adaptive SICKF and Its Application to Target Tracking

XIONG Chao¹, XIE Wujie²

(1. Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. College of Equipment Management and UAV Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: An adaptive square-root imbedded cubature Kalman filter(ASICKF) method is proposed based on the square-root imbedded cubature Kalman filter(SICKF) and the strong tracking filter(STF) algorithm to solve the problem that the estimation accuracy of the cubature Kalman filter decreases when the states or parameter of the system is suddenly changed. The STF condition is introduced while SICKF obtains high estimation accuracy. The adaptive fading factor is obtained according to the residual of system output which is introduced into the output covariance root mean square matrix and mutual covariance matrix so that the filter gain can be corrected in real time, and the residual sequence of system output is forced to be orthogonal, so that the ASICKF algorithm has strong tracking ability. In order to verify the performance of the proposed ASICKF algorithm, it is applied to the target tracking under the suddenly changed condition. The simulation results indicate that ASICKF can maintain high estimation accuracy when the state of the system changes suddenly, and the robustness and adaptability of the algorithm are good.

Key words: nonlinear Gaussian filter; imbedded cubature rule; adaptive filter; target tracking

0 引言

自 Ito 等^[1]提出非线性高斯滤波框架后,各国学者对如何提高滤波精度进行了研究,提出了大量次优的非线性滤波方法。2009 年,Arasaratnam 等^[2]提出了基于球面-径向容积准则的容积卡尔曼滤波(CKF)法,但 CKF 法的高阶扩展性较差,难以推导出精度更高的高阶算法,且球面容积准则存在先天的设计缺陷,因而 CKF 未能得到广泛应用。之

后,张鑫春等^[3-5]提出了三阶嵌入式容积卡尔曼滤波(ICKF)法及均方根嵌入式容积卡尔曼滤波(SICKF)。SICKF 采取均方根滤波思想和嵌入式容积准则进行设计,估计精度得到提高,有较强的鲁棒性,且能轻松扩展到高阶 SICKF 算法^[6]。

同其他高斯滤波法一样,在系统模型存在不确定性或状态突变时,CKF 和 SICKF 算法中增益矩阵对系统输出预测残差的突变反应相对滞后,导致

收稿日期:2018-02-22

基金项目:航空科学基金资助项目(20141396012)

作者简介:熊超(1994-),男,四川乐山人,硕士生,主要从事飞行控制与仿真的研究。E-mail:2512150343@qq.com。通信作者:解武杰(1967-),男,副教授,硕士生导师,主要从事飞行控制与仿真的研究。E-mail:343617602@qq.com。

状态估计精度下降。为提高状态突变或模型参数失准时的滤波估计精度,基于正交理论利用自适应渐消因子对增益矩阵进行实时调整的强跟踪滤波(STF)法展现出巨大的潜力^[7]。王小旭等^[8]基于 STF 思想获得了 STF 的等价表述,提出了强跟踪无迹卡尔曼滤波(UKF)算法。陈业等^[9]将 STF 与中心差分卡尔曼滤波(CDKF)相结合,提出了核心思想和滤波过程与文献^[8]相似的强跟踪 CDKF 算法。孙妍等^[10]将 STF 与 CKF 相结合,提出了强跟踪 CKF(ACKF)算法。史岳鹏等^[11]用均方根容积滤波(SRCKF)代替 STF 中的 EKF,提出了强跟踪 SRCKF。崔乃刚等^[12]将自适应渐消因子引入高阶容积卡尔曼滤波(HCKF),提出了自适应 HCKF 法,并应用于目标跟踪问题中。上述算法为准确估计突变状态提供了解决思路,但这些算法只是对 UKF,CDKF,CKF 和 HCKF 的协方差矩阵引入渐消因子,对于所提算法是否满足成为强跟踪滤波器的充分条件缺乏有力的证明,且在每次滤波过程中都要进行 3 次积分点的变换,计算量较大。

为解决 CKF 在系统状态突变或模型参数失准时估计精度下降的问题,本文基于均方根嵌入式容积卡尔曼滤波(SICKF)和 STF 思想,提出了一种自适应 SICKF 法。在 SICKF 算法框架下引入 STF 算法思想,首先基于 STF 充分条件,推导了 SICKF 算法框架下的强跟踪等价条件,并在输出协方差均方根阵和互协方差阵中同时引入自适应渐消因子,直接在线实时修正滤波增益,使得系统输出残差序列始终正交,从而使 SICKF 算法具备强跟踪能力。将 ASICKF 法应用于存在突变情况的目标跟踪问题中,并利用数值技术验证了 ASICKF 算法的滤波性能。

1 SICKF 算法

考虑如下形式的离散非线性系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ 和 $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^{n_z}$ 分别为系统状态向量和量测向量; $\mathbf{f}(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}(\cdot)$ 为已知的非线性函数; $\mathbf{w}_{k-1}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 为独立的零均值系统状态高斯白噪声和系统量测高斯白噪声,分别满足 $E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_l^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kl}$ 和 $E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_l^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kl}$, 其中 δ_{kl} 是 Kronecker- δ 函数; 初始状态 $\mathbf{x}_0$ 与 $\mathbf{w}_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 不相关; $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为控制输入。

非线性滤波需对下式的数值积分进行求解^[12]

$$I(g) = \int_{\Theta} g(x) N(x; \hat{x}, \mathbf{P}) dx \quad (2)$$

式中: $\Theta \in \mathbb{R}^n$ 为积分区域; $N(x; \hat{x}, \mathbf{P})$ 为高斯概率密度函数; $g(x)$ 为非线性函数; $\hat{x}$ 为状态变量 x 估计值; $\mathbf{P}$ 为 x 方差。

为提高 CKF 滤波精度, SICKF 算法采用更精准的嵌入式容积准则设计思想, SICKF 框架下式(2)可表示为^[3]

$$\begin{aligned} I_N(g) &= \int_{\mathbb{R}^n} g(x) N(x; \mathbf{0}, \mathbf{I}) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi^n}} \int_{\mathbb{R}^n} g(\sqrt{2}\mathbf{x}) \cdot \\ &\exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) dx = \sum_{p \in P^{(0,n)}} \left((1 - \frac{1}{2\delta^2}) \cdot \right. \\ &\left. g[\mathbf{0}] + \frac{1}{2^{n+1}\delta^2} g[\sqrt{2}\delta] \right) \triangleq \sum_{i=1}^{2^n+1} \hat{\omega}_i g(\hat{\xi}_i) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{0}$ 为零向量; $\mathbf{I}$ 为单位向量, $N(\cdot; \cdot; \cdot)$ 为高斯分布, 相应的容积点 $\hat{\xi}_i$ 和权值 $\hat{\omega}_i$ 为

$$\hat{\xi}_i = \begin{cases} \mathbf{0}_i & i = 1 \\ \sqrt{2}\delta_i & i = 2, \dots, 2^n + 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\hat{\omega}_i = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2\delta^2} & i = 1 \\ \frac{1}{2^{n+1}\delta^2} & i = 2, \dots, 2^n + 1 \end{cases} \quad (5)$$

为避免由于在矩阵的求逆和开方运算引入较大的舍入误差, 导致滤波过程中的状态估计误差协方差阵的正定性逐渐丢失的情况。SICKF 算法采用 QR 分解方法, 通过更新其均方根 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 、 $\mathbf{S}_{zz,k|k-1}$ 、 $\mathbf{S}_{k|k}$ 分别更新 $k-1$ 时刻的一步预测协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 、系统输出协方差矩阵 $\mathbf{P}_{zz,k|k-1}$ 和 k 时刻的估计误差协方差矩阵, 传递过程如下^[13-14]:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{zz,k|k-1} = \mathbf{S}_{zz,k|k-1} \mathbf{S}_{zz,k|k-1}^T \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{S}_{k|k} \mathbf{S}_{k|k}^T \quad (8)$$

给定初始条件 $\mathbf{P}_{0|0} = \mathbf{S}_{0|0} \mathbf{S}_{0|0}^T$ 和 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$, 结合式(3)~(8), 三阶 SICKF 算法步骤可概括为^[3]

1) 时间更新:

$$\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \hat{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1}^* = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2^n+1} \hat{\omega}_i \mathbf{X}_{i,k|k-1}^* \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^* = \left[\sqrt{\hat{\omega}_i} (\mathbf{X}_{i,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right]_{i=1}^{2^n+1} \quad (12)$$

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \text{qr}([\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^*, \mathbf{S}_{Q,k-1}]) \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \hat{\boldsymbol{\xi}}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (14)$$

2) 量测更新:

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{i,k|k-1}, \mathbf{u}_k) \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2^n+1} \hat{\omega}_i \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \quad (16)$$

$$\mathbf{Z}_{k|k-1} = [\sqrt{\hat{\omega}_i}(\mathbf{Z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})]_{i=1}^{2^n+1} \quad (17)$$

$$\mathbf{S}_{zz,k|k-1} = \text{qr}([\mathbf{Z}_{k|k-1}, \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1} = [\sqrt{\hat{\omega}_i}(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})]_{i=1}^{2^n+1} \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1} = \boldsymbol{\chi}_{k|k-1} \mathbf{Z}_{k|k-1}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{W}_k = (\mathbf{P}_{xz,k|k-1} / \mathbf{S}_{zz,k|k-1}^T) / \mathbf{S}_{zz,k|k-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (22)$$

$$\mathbf{S}_{k|k} = \text{qr}([\boldsymbol{\chi}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{Z}_{k|k-1}, \mathbf{W}_k \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (23)$$

式中:下标 $k-1|k-1, k|k-1$ 分别为 $k-1$ 时刻的估计值和一步预测值; $\text{qr}(\cdot)$ 为将矩阵进行 QR 分解; $\mathbf{S}_{Q,k-1}$ 和 $\mathbf{S}_{R,k}$ 分别为 $\mathbf{Q}_{k-1}$ 、 $\mathbf{R}_k$ 的均方根; $\mathbf{P}_{xz,k|k-1}$ 为一步预测互协方差矩阵; $\mathbf{W}_k$ 为 SICKF 滤波增益矩阵。

当滤波趋于稳定时, $\mathbf{W}_k$ 将趋于 0, 此时如果系统状态发生突变或模型突然失准, 估计状态必然出现偏差, 该偏差必然体现在系统输出的残差上, 然而此时滤波增益并不会随残差变化而发生相应的变化。由式(22)可知, SICKF 算法在系统状态突变或模型突然失准的情况下无法继续保持其良好的滤波性能, 因而需针对上述缺陷对 SICKF 算法加以改进。

2 自适应均方根嵌入式 CKF

2.1 强跟踪滤波器的充分条件

强跟踪滤波具有极强的突变状态跟踪能力和较强的应对模型失准能力, 其主要思想是根据残差变化在线实时修正滤波增益, 使得不同时刻的系统输出残差序列保持正交。滤波器成为 STF 的充分条件为^[7]

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T] = \min \quad (24)$$

$$E(\boldsymbol{\gamma}_{k+j} \boldsymbol{\gamma}_k^T) = 0 \quad (k = 0, 1, \dots; j = 1, 2, \dots) \quad (25)$$

式中: $\min$ 为等号左边期望的极小值; $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为 k 时刻的状态估计; $\boldsymbol{\gamma}_k = \tilde{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$ 为 k 时刻的系统输出残差, 其中 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$ 为 k 时刻的状态一步预测。式(24)可理解为 SICKF 是状态估计误差方差最小意义下的最优估计, 式(25)可理解为

不同时刻的系统输出残差序列始终正交。当模型完全匹配时, 系统输出残差保持着高斯白噪声的性质, 必然满足上述条件, 当系统状态发生突变或模型失准时, 强跟踪滤波器在线实时调整滤波增益使得系统输出残差始终保持类似高斯白噪声的性质, 以此保持其稳定准确的滤波性能。

强跟踪滤波器主要是通过在一部预测协方差矩阵中引入自适应渐消因子调整滤波增益, 但这种引入方式使得式(24)、(25)不能同时成立^[15], 即是滤波算法在获得强跟踪能力的同时其滤波性能得不到保证。文献[15]基于 UKF 算法在量测更新过程中引入自适应渐消因子直接调整滤波增益使得 UKF 可以同时满足式(24)、(25), 兼顾了强跟踪性能和 UKF 滤波性能。从计算的角度看, 将传统的基于对称采样的 UKF 算法中可调参数 κ 置 0, 即可得到 CKF 算法, 即 CKF 是基于对称采样的 UKF 算法的一个特例, 同时, ICKF 和 SICKF 是在 CKF 和 SRCKF 的基础上采用更精确的容积准则得到的。因此, 本文将文献[16]中的强跟踪滤波法引入 SICKF, 提出 ASICKF 算法。

2.2 SICKF 框架下自适应渐消因子的确定

将如式(1)所示系统的第二个方程在 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 处二阶泰勒展开, 可得到系统输出均值为^[15]

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = E(\mathbf{z}_{k|k-1}) \approx \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k) + \left(\frac{\nabla^T \mathbf{P}_{k|k-1} \nabla}{2} \right) \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k) \quad (26)$$

由式(26)代入 SICKF 算法可得

$$\mathbf{P}_{zz,k|k-1} = E[(\mathbf{z}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})(\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T] \approx \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1} = E[(\mathbf{x}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{z}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T] \approx \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (28)$$

对于非线性系统, 令 $\eta_{k-1} = \mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$, 若 $O(|\eta_{k-1}|^2) = O(|\eta_{k-1}|)$ 成立, 可得到不同时刻残差序列的协方差为^[15]

$$E(\boldsymbol{\gamma}_{k+j} \boldsymbol{\gamma}_k^T) = \mathbf{H}_{k+j} \mathbf{F}_{k+j-1} \cdot (\mathbf{F}_{k+j-2} - \mathbf{W}_{k+j-1} \mathbf{H}_{k+j-1} \cdot \mathbf{F}_{k+j-2}) \cdot \dots \cdot (\mathbf{F}_k - \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{F}_k) \cdot E(\mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_{\gamma,k}) \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k|k-1}} \quad (30)$$

$$\mathbf{F}_k = \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k} \quad (31)$$

$$\mathbf{V}_{\gamma,k} = \mathbf{E}(\boldsymbol{\gamma}_k \boldsymbol{\gamma}_k^T) \quad (32)$$

由式(29)可知,强跟踪充分条件可等价

$$\mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_{\gamma,k} = 0 \quad (33)$$

将式(28)代入式(33)可得

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{V}_{\gamma,k} = 0 \quad (34)$$

结合 SICKF 算法中式(21)可得

$$\mathbf{W}_k (\mathbf{S}_{zz,k|k-1} \mathbf{S}_{zz,k|k-1}^T - \mathbf{V}_{\gamma,k}) = 0 \quad (35)$$

式(35)中滤波增益矩阵 $\mathbf{W}_k$ 为非零矩阵,故在 SICKF 算法框架下,强跟踪滤波充分条件可等价

$$\mathbf{S}_{zz,k|k-1} \mathbf{S}_{zz,k|k-1}^T - \mathbf{R}_k = \mathbf{V}_{\gamma,k} - \mathbf{R}_k \quad (36)$$

为使 SICKF 算法在满足正交条件的同时继续保持其滤波性能,本文不改变 SICKF 算法时间更新过程,仅在量测更新过程中的系统输出协方差均方根矩阵和互协方差矩阵引入自适应渐消因子 λ_k , 即

$$\mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1} = \text{qr}([\sqrt{\lambda_k} \cdot \mathbf{Z}_{k|k-1}, \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_{xz\langle\lambda\rangle,k|k-1} = \lambda_k \cdot \boldsymbol{\chi}_{k|k-1} \mathbf{Z}_{k|k-1}^T \quad (38)$$

式中 $\mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{xz\langle\lambda\rangle,k|k-1}$ 分别为引入 λ_k 后的系统输出协方差均方根矩阵和互协方差矩阵,此时式(36)变为

$$\mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1} \mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1}^T - \mathbf{R}_k = \mathbf{V}_{\gamma,k} - \mathbf{R}_k \quad (39)$$

定义中间过程变量:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{S}_{zz,k|k-1} \mathbf{S}_{zz,k|k-1}^T - \mathbf{R}_k \quad (40)$$

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_{\gamma,k} - \beta \mathbf{R}_k \quad (41)$$

式中 β 为弱化因子,意义同一般强跟踪滤波器。

结合式(40)、(41),式(39)可表示为

$$\lambda_k \mathbf{M}_k = \mathbf{N}_k \quad (42)$$

对两边求迹即可得到次优自适应渐消因子,

SICKF 算法框架下的 λ_k 可表示为

$$\lambda_k = \max\left(1, \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]}\right) \quad (43)$$

式中 $\text{tr}[\mathbf{N}_k]$ 和 $\text{tr}[\mathbf{M}_k]$ 分别为中间过程变量 $\mathbf{N}_k$ 和 $\mathbf{M}_k$ 的迹。

由式(40)~(43)可知,要获得 λ_k 还需知残差的协方差阵 $\mathbf{V}_{\gamma,k}$,系统输出残差 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 可由下式计算:

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{i,k|k-1}, \mathbf{u}_k) \quad (44)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2^n+1} \hat{\omega}_i \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \quad (45)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad (46)$$

式中 $\mathbf{z}_k$ 、 $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ 分别为 k 时刻系统输出的量测值和估计值。

残差的协方差阵 $\mathbf{V}_{\gamma,k}$ 通过下式估计获得^[17]:

$$\mathbf{V}_{\gamma,k} = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_1 \boldsymbol{\gamma}_1^T & k = 1 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{\gamma,k-1} + \boldsymbol{\gamma}_k \boldsymbol{\gamma}_k^T}{1 + \rho} & k > 1 \end{cases} \quad (47)$$

式中 $0 < \rho \leq 1$ 为遗忘因子。

2.3 ASICKF 算法的流程

假设 $k-1$ 时刻的状态向量 $\mathbf{x}$ 满足统计特性 $\mathbf{x}_{k-1|k-1} \sim N(\mathbf{x}_{k-1|k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1})$, 给定初始条件 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ 和 $\mathbf{P}_{0|0}$, $\mathbf{P}_{0|0} = \mathbf{S}_{0|0} \mathbf{S}_{0|0}^T$ 。则 ASICKF 具体算法如下:

1) 进行第 1 次 Cubature Transform(CT)变换计算容积点 $\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}$, ($i = 1, 2, \dots, 2^n + 1$)。

$$\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \hat{\boldsymbol{\xi}}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (48)$$

2) 获得经状态方程后的容积点 $\mathbf{X}_{k-1|k-1,i}^*$ 。

$$\mathbf{X}_{k-1|k-1,i}^* = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1|k-1,i}, \mathbf{u}_{k-1}) \quad (49)$$

3) 计算状态预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和中间过程变量 $\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}$ 。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2^n+1} \omega_i (\mathbf{X}_{k-1|k-1,i}^*) \quad (50)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^* = [\sqrt{\omega_i} (\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})]_{i=1}^{2^n+1} \quad (51)$$

4) 对矩阵 $[\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^*, \mathbf{S}_{Q,k-1}]$ 进行 QR 分解。

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \text{qr}([\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^*, \mathbf{S}_{Q,k-1}]) \quad (52)$$

式中 $\mathbf{S}_{Q,k-1}$ 为 $\mathbf{Q}_{k-1}$ 的均方根。

5) 进行第 2 次 CT 变换,根据 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 计算更新后的状态容积点 $\mathbf{X}_{i,k|k-1}$ 。

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \hat{\boldsymbol{\xi}}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (53)$$

6) 根据式(44)~(47)计算系统输出残差 $\boldsymbol{\gamma}_k$ 和残差的协方差阵 $\mathbf{V}_{\gamma,k}$, 根据式(40)~(43)计算 λ_k , 计算引入 λ_k 后的系统输出预测协方差矩阵的均方根矩阵 $\mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1}$ 和互协方差矩阵 $\mathbf{P}_{xz\langle\lambda\rangle,k|k-1}$ 。

$$\mathbf{Z}_{k|k-1} = [\sqrt{\omega_i} (\mathbf{Z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})]_{i=1}^{2^n+1} \quad (54)$$

$$\mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1} = \text{qr}([\sqrt{\lambda_k} \cdot \mathbf{Z}_{k|k-1}, \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (55)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1} = [\sqrt{\omega_i} (\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})]_{i=1}^{2^n+1} \quad (56)$$

$$\mathbf{P}_{xz\langle\lambda\rangle,k|k-1} = \lambda_k \cdot \boldsymbol{\chi}_{k|k-1} \mathbf{Z}_{k|k-1}^T \quad (57)$$

7) 进行量测更新。按

$$\mathbf{W}_{k\langle\lambda\rangle} = (\mathbf{P}_{xz\langle\lambda\rangle,k|k-1} / \mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1}^T) / \mathbf{S}_{zz\langle\lambda\rangle,k|k-1} \quad (58)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_{k\langle\lambda\rangle} (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (59)$$

$$\mathbf{S}_{k\langle\lambda\rangle,k|k} = \text{qr}([\boldsymbol{\chi}_{k|k-1} - \mathbf{W}_{k\langle\lambda\rangle} \mathbf{Z}_{k|k-1}, \mathbf{W}_{k\langle\lambda\rangle} \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (60)$$

获得增益矩阵 $\mathbf{W}_{k\langle\lambda\rangle}$, 状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 和估计误

差协方差阵 $\mathbf{P}_{k|k}$ 的均方根 $\mathbf{S}_{\langle \lambda \rangle k|k}$, 完成整个滤波过程。

本文所提出的 ASICKF 算法, 时间更新过程与 SICKF 算法相同; 在具体的测量过程中, 根据系统输出残差 $\mathbf{y}_k$ 得到自适应 λ_k , 计算引入 λ_k 后的系统输出 $\mathbf{S}_{\langle \lambda \rangle, k|k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{\langle \lambda \rangle, k|k-1}$, 最后通过量测更新反馈于 $\mathbf{W}_{k\langle \lambda \rangle}$, 实现 STF 与 SICKF 算法的结合。与文献[5-9]的强跟踪滤波算法相比, 本文提出的 ASICKF 算法仅需 2 次 CT 变换, 降低了算法的复杂性, 减少了计算工作量。

3 数值仿真

为验证所提滤波算法的性能。利用数值仿真技术将 ASICKF 算法应用到具有未知机动的目标跟踪系统中, 并与 CKF、SICKF 和 ACKF 算法估计结果进行对比分析。采用 O - xyz 地面坐标系, 原点 O 在地面, Ox 、 Oy 、 Oz 轴分别朝东、北、天方向。假设目标以未知角速度 Ω 等高度机动飞行, 飞行高度 $h=10\,000\text{ m}$ 。不考虑地球扁率以及地球自转的影响, 结合目标运动特点, 目标运动由如下模型描述:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} + \mathbf{u}_{k-1} \quad (61)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\Omega T)}{\Omega} & 0 & -\frac{1 - \cos(\Omega T)}{\Omega} & 0 \\ 0 & \cos(\Omega T) & 0 & -\sin(\Omega T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\Omega T)}{\Omega} & 1 & \frac{\sin(\Omega T)}{\Omega} & 0 \\ 0 & \sin(\Omega T) & 0 & \cos(\Omega T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (62)$$

式中: $\mathbf{X}_k = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, \Omega]^T$ 为 k 时刻目标状态; $[x, y]^T$ 和 $[\dot{x}, \dot{y}]^T$ 为目标的位置和速度矢量; $\mathbf{u}_{k-1}$ 为机动输入; $\mathbf{w}_{k-1}$ 为过程高斯白噪声。其中

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \frac{q_1 T^3}{3} & \frac{q_1 T^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{q_1 T^2}{2} & q_1 T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q_1 T^3}{3} & \frac{q_1 T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q_1 T^2}{2} & q_1 T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 T \end{bmatrix} \quad (63)$$

式中: $q_1 = 0.1\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ 和 $q_2 = 1.75 \times 10^{-4}\text{ s}^{-3}$ 为

过程噪声强度参数; $T=1\text{ s}$ 为量测时间间隔。

利用位于原点 O 的雷达可获取被故对象的斜距 η 和方位角 θ 。测量方程为 $\mathbf{y}_k = [\eta_k \theta_k]^T$, 满足

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \eta_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + h_k^2} \\ \arctan(y_k/x_k) \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (64)$$

式中 $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 为量测噪声, $\mathbf{R}_k = \text{diag}([\sigma_\eta^2, \sigma_\theta^2])$ 为其协方差阵, $\sigma_\eta = 10\text{ m}$ 和 $\sigma_\theta = \sqrt{10}\text{ mrad}$ 为雷达斜距量测噪声和方位角量测噪声的标准差。

假设初始时刻 $t_0=1\text{ s}$, 目标分别在 $t=25\text{ s}$ 和 $t=75\text{ s}$ 进行一次加强机动, 持续时间 2 s , 则

$$\mathbf{u}_{t=25\text{ s}} = [0 \quad -15\text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad 0 \quad 15\text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad 0.5\text{ (}^\circ\text{)} \cdot \text{s}^{-1}]^T \quad (65)$$

$$\mathbf{u}_{t=75\text{ s}} = [0 \quad 15\text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad 0 \quad -15\text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad -0.5\text{ (}^\circ\text{)} \cdot \text{s}^{-1}]^T \quad (66)$$

目标实施 200 次蒙特卡洛打靶, 时间设定为 100 s 。真实状态时的初始值及真实状态时的协方差矩阵分别为

$$\mathbf{X}_0 = [1\,000\text{ m}, 300\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 1\,000\text{ m}, 0, -3\text{ (}^\circ\text{)} \cdot \text{s}^{-1}]^T \quad (67)$$

$$\mathbf{P}_{0|0} = \text{diag}[100\text{ m}^2 \quad 10\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad 100\text{ m}^2 \quad 10\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad 100\text{ mrad}^2 \cdot \text{s}^{-2}] \quad (68)$$

每次实验的初始状态估计值 $\hat{\mathbf{X}}_{0|0}$ 由满足均值 $\hat{\mathbf{X}}_0$ 、协方差 $\mathbf{P}_{0|0}$ 的高斯正态分布 $N(\hat{\mathbf{X}}_{0|0}; \hat{\mathbf{X}}_0, \mathbf{P}_{0|0})$ 随机生成。分别采用 CKF, SICKF, ACKF 和 ASICKF 算法对目标进行跟踪。定义位置均方根误差为 $RMSE_{\text{pos}}$, 其均值为 $MRMSE_{\text{pos}}$, 可通过下式获得

$$RMSE_{\text{pos}}(k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x_k^i - \hat{x}_k^i)^2 + (y_k^i - \hat{y}_k^i)^2]} \quad (69)$$

$$MRMSE_{\text{pos}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{100} RMSE_{\text{pos}}(k) \quad (70)$$

式中: (x_k^i, y_k^i) 为 i 次打靶时 k 时刻目标的真实位置分量; $(\hat{x}_k^i, \hat{y}_k^i)$ 为其估计值; N 为打靶次数。

同理, 定义速度均方根误差为 $RMSE_{\text{vel}}$, 其均值为 $MRMSE_{\text{vel}}$, 定义转速均方根误差为 $RMSE_{\text{omg}}$, 其均值为 $MRMSE_{\text{omg}}$ 。

图 1~3 为 4 种滤波方法对目标位置、速度和转速的均方根误差的对比结果。

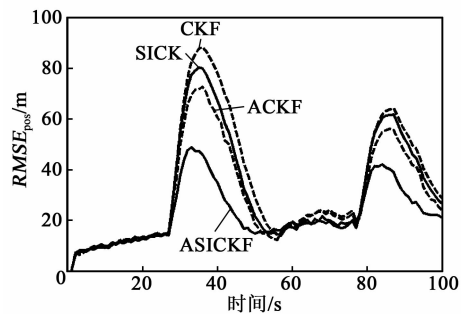


图 1 目标位置的估计均方根误差

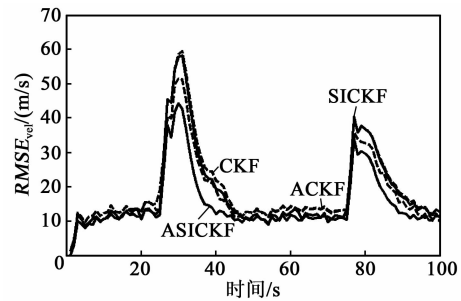


图 2 目标速度的估计均方根误差

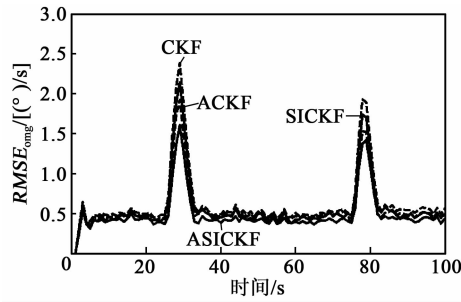


图 3 目标转速的估计均方根误差

目标在第 25 s 和 75 s 发生加强机动后,CKF 和 SICKF 的估计误差立即增大,且收敛缓慢。究其原因是在状态突变后,目标真实的运动与模型不再匹配,基于模型的状态更新过程引入较大误差,协方差阵无法准确反映目标真实状态,也不能根据测量信息进行调整,进而算法的估计性能受到影响,跟踪精度下降。

ACKF 和 ASICKF 的估计误差增大的幅度较小收敛较快,虽然目标状态的突变导致了系统模型失准,但自适应 λ_k 根据残差 γ_k 的变化对 $\mathbf{W}_k$ 进行了及时的调整,利用残差序列中的有用知识,迫使估计状态的残差序列始终正交;较准确的测量信息在量测更新过程中的比重得到提高,降低了模型失准造成的状态一步预测估计误差的比重,提高了跟踪精度。同时,ASICKF 采用更精确的容积准则,其计算精度优于 ACKF。

表 1 定量分析了 4 种方法对目标位置、速度和

转速的均方根误差均值和使用的容积点个数。由表可知,对于具有较大状态突变的机动目标跟踪问题,自适应渐消因子的引入,使容积滤波的估计精度得到提高,同时 ASICKF 高于 ACKF,这也进一步验证了嵌入式容积准则在逼近精度方面更优。

表 1 4 种滤波方法的均方根误差均值对比

算法	位置/m	速度/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	角速度/ [$^{\circ}$] $\cdot \text{s}^{-1}$]	容积 点个数
CKF	35.552 7	24.600 8	0.778 9	10
SICKF	30.493 2	23.350 5	0.683 1	33
ACKF	26.769 8	19.845 2	0.612 4	10
ASICKF	21.136 9	16.409 4	0.571 2	33

图 4 对比了 5 次随机打靶实验中各滤波方法运行所消耗的 CPU 时间。仿真软件为 Matlab2014a,计算机处理器的配置为 Intel(R) Core(TM) i5-3470 CPU 3.20GHz。SICKF 和 ASICKF 因为在状态更新和量测更新过程中进行了协方差矩阵的分解以及采用了 33 个容积点,运行时间分别大于 CKF 和 ACKF 方法;虽然 ACKF 采用 10 个容积点,但 ACKF 进行 3 次 CT 变换,而 ASICKF 滤波过程仅进行 2 次 CT 变换,减少了计算量,ASICKF 和 ACKF 的运行时间相差不大;ACKF 和 ASICKF 引入了 λ_k ,增加了计算量,运行时间分别大于 CKF 和 SICKF。

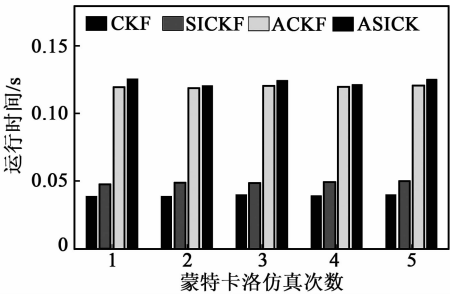


图 4 4 种滤波方法的执行时间

4 结束语

本文为提高 CKF 在系统状态突变或模型参数失准时的估计能力,综合 SICKF 和 STF 两者特点,提出了一种 ASICKF 方法。基于 STF 充分条件,推导了 SICKF 算法框架下自适应渐消因子计算公式,通过在输出协方差均方根阵和互协方差阵中同时引入自适应渐消因子实时修正增益矩阵,强迫系统输出残差序列始终正交,实现 STF 与 SICKF 算法的结合。并将该方法应用于具有状态突变的目标跟踪系统中,仿真结果表明,当目标发生加强机动时,

ASICKF 相对于 CKF 和 SICKF 具有更强的鲁棒性和系统自适应能力,且估计精度和状态跟踪能力也优于 ACKF,表现出良好的滤波性能。

参考文献:

- [1] ITO K, XIONG K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5): 910-927.
- [2] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [3] ZHANG Xinchun. A novel cubature Kalman filter for nonlinear state estimation[C]// Florence, Italy: Presented at IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control, 2013: 7797-7802.
- [4] ZHANG Xinchun, TENG Yunlong. A new derivation of the cubature Kalman filters[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(5): 1501-1510.
- [5] ZHANG Xinchun. Cubature information filters using high-degree and embedded cubature rules[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2014, 33(6): 1799-1818.
- [6] ZHANG Yonggang, HUANG Yulong, LI Ning, et al. Embedded cubature Kalman filter with adaptive setting of free parameter[J]. Signal Processing, 2015, 114: 112-116.
- [7] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 224-227.
- [8] 王小旭, 赵琳, 夏全喜, 等. 基于 Unscented 变换的强跟踪滤波器[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1063-1068.
WANG Xiaoxu, ZHAO Lin, XIA Quanxi, et al. Strong tracking filter based on unscented transformation[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1063-1068.
- [9] 陈业, 胡昌华, 周志杰, 等. 一种改进的 SR-CDKF 算法及其在早期微小故障检测中的应用[J]. 自动化学报, 2012, 38(9): 1063-1074.
CHEN Ye, HU Changhua, ZHOU Zhijie, et al. Method of improving square-root center difference Kalman filter with application to incipient failure detection[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(9): 1063-1074.
- [10] 孙妍, 鲁涤强, 陈启军. 一种基于强跟踪的改进容积卡尔曼滤波器[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2013, 41(2): 451-454.
SUN Yan, LU Diqiang, CHEN Qijun. An improved cubature Kalman filters based on strong tracking[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology(Nature Science Edition), 2013, 41(2): 451-454.
- [11] 史岳鹏, 汤显峰, 周溪召. 应用自适应容积卡尔曼滤波改善组合导航性能[J]. 中国航海, 2013, 36(4): 12-16.
SHI Yuepeng, TANG Xianfeng, ZHOU Xizhao. Improving integrated navigation systems with adaptive cubature Kalman filtering[J]. Navigation of China, 2013, 36(4): 12-16.
- [12] 崔乃刚, 张龙, 王小刚, 等. 自适应高阶容积卡尔曼滤波在目标跟踪中的应用[J]. 航空学报, 2015, 36(12): 3885-3895.
CUI Naigang, ZHANG Long, WANG Xiaogang, et al. Application of adaptive high-degree cubature Kalman filter in target tracking[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(12): 3885-3895.
- [13] 赵利强, 罗达灿, 王建林, 等. 自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法[J]. 北京化工大学学报(自然科学版), 2013, 40(3): 98-103.
ZHAO Liqiang, LUO Dacan, WANG Jianlin, et al. An adaptive strong tracking cubature Kalman filter[J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science), 2013, 40(3): 98-103.
- [14] 倪兰青, 林棐, 王凯正, 等. 基于预瞄的智能车辆路径跟踪控制研究[J]. 重庆理工大学(自然科学), 2011(3): 27-33.
NI Lanqing, LIN Fen, WANG Kaizheng, et al. Research on path-following control of intelligent vehicles based on preview model[J]. Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science), 2011(3): 27-33.
- [15] 郭泽, 缪玲娟, 赵洪松. 一种改进的强跟踪 UKF 算法及其在 SINS 大方位失准角初始对准中的应用[J]. 航空学报, 2014, 35(1): 203-214.
GUO Ze, MIAO Lingjuan, ZHAO Hongsong. An improved strong tracking UKF algorithm and its application in SINS initial alignment under large azimuth misalignment angles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(1): 203-214.
- [16] JULIER S, UHLMANN J, DURRANTWHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [17] 周东华, 席裕康. 非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波[J]. 控制与决策, 1990(5): 1-6.
ZHOU Donghua, XI Yukang. Suboptimal fading extended Kalman filtering for nonlinear systems[J]. Control and Decision, 1990(5): 1-6.