文章编号:1004-2474(2022)02-0316-07

DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2022.02.033

双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电换能器的研究

单 影1,许 龙1,周光平2

(1. 中国计量大学 理学院,浙江 杭州 310018;2. 深圳职业技术学院 电子与通信工程学院,广东 深圳 518055)

摘 要:基于 Timoshenko 梁弯曲理论,该文建立了双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电换能器的传递矩阵理论 模型。利用解析理论模型和有限元仿真对换能器的前4阶弯曲振动特性进行了计算分析。结果表明,在换能器的 各阶弯曲振动模态下,解析理论计算与有限元仿真均取得了一致结果,即在低阶(一、二阶)弯曲振动模式下换能器 有效机电耦合系数大,高阶弯曲振动模式下换能器的有效机电耦合系数小。阶梯形前盖板的直径比对换能器的各 阶弯曲共振频率和放大系数均有较大的影响,直径比越大,弯曲共振频率越低,放大系数越大。

关键词:Timoshenko梁理论;弯曲振动;传递矩阵法;有限元仿真;振动模态

中图分类号:TM12;TN03 **文献标志码:**A

Theoretical Research on Dual Excitation Stepped Flexural Vibration Sandwich Piezoelectric Transducer

SHAN Ying¹, XU Long¹, ZHOU Guangping²

(1. College of Science, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;

2. Electronics and Communications Engineering, Shenzhen Polytechnic, Shenzhen 518055, China)

Abstract: Based on the flexural beam theory proposed by Timoshenko, this paper establishes a transfer matrix theory of the dual excitation stepped sandwich piezoelectric transducer in flexural vibration. The analytical theoretical model and FE simulation are used to calculate and analyze the first four order flexural vibration characteristics of the transducer. The results of the analytical theoretical calculation and the FE simulation are consistent in all flexural vibration modes of the transducer. The effective electromechanical coupling coefficient of the transducer is large in low order (first and second order) flexural vibration mode, and small in high order flexural vibration mode. The diameter ratio of the stepped front cover has a greater impact on the flexural resonance frequency and the amplification factor, the larger the diameter ratio, the lower the flexural resonance frequency and the greater the amplification factor.

Key words: Timoshenko's beam theory; flexural vibration; transfer matrix method; FE simulation; vibration mode

0 引言

压电超声换能器广泛应用于现代工业生产及航 空航天中,特别是夹心式压电换能器因其优良的性 能而广泛应用于功率超声和水声技术中。夹心式压 电超声换能器的振动模式包括纵向、弯曲、扭转等, 其中弯曲振动是一种应用较普遍的振动模式之 一^[1]。弯曲振动换能器主要有:

 利用压电陶瓷片或压电陶瓷与金属片组成 的复合双叠片和三叠片^[2-3]。 2)将多片压电陶瓷置于两段细长的金属棒间, 通过一定的预应力将陶瓷片压紧,其中压电陶瓷不 是一个完整的圆环,是由两个相同的半圆环组成,且 其极化方向反转^[1]。

3)利用振动模式的转换产生弯曲振动^[4-6]。

弯曲振动换能器应用于超声加工、超声线束焊 接、超声手术刀、超声振动切削及超声电机等领域。 如在精细加工时,可利用弯曲振动辅助机械抛光提 高材料去除率^[7]。文献 [8-9]利用换能器的弯曲振 动模式制作了一套双弯曲超声波椭圆振动加工系

收稿日期:2021-10-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(12074354,11574277)

作者简介:单影(1994-),女,山东省菏泽市人,硕士生,主要从事超声换能器的研究。通信作者:许龙,男,浙江省杭州市人,教授,博士,主要从事功率超声技术的研究

统。张德元等^[10]利用 4 组半圆形压电陶瓷制作了 双弯曲超声椭圆振动均可应用于超声削切的产业加 工。文献 [11-14]研制了一种夹心式直线压电超声 电机。

压电超声换能器需通过超声变幅杆的聚能作用 将换能器的机械振动放大至加工振幅,在超声振动 钻削深小孔与深腔零件和大面积工件的加工中,阶 梯形变幅杆因其放大效果较好,被广泛应用于超声 处理和超声加工中^[15]。为了提高弯曲换能器的位 移振幅,本文设计了一种阶梯形双激励弯曲夹心式 压电超声换能器,基于 Timoshenko 梁弯曲理论推 导了其弯曲振动的传递矩阵理论计算模型,研究了 阶梯形前盖板的直径比对换能器振动性能的影响。

1 理论模型

1.1 结构及工作原理

图 1 为双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电超声 换能器的结构原理图。换能器主要由圆柱形后盖 板、半环形压电陶瓷晶堆、中心质量块和阶梯形前盖 板组成。L₁~L₆分别为后盖板、后半环形压电陶瓷 晶堆、中心质量块、前半环形压电陶瓷晶堆、前盖板 大端和前盖板小端的轴向长,D₁为换能器的前盖板 小端直径,后盖板、压电陶瓷晶堆、中心质量块和前 盖板大端的直径均为 D₂。换能器的两组压电陶瓷 晶堆上半部分的极化方向和下半部分的极化方向相 反,如图 1(b)所示,两组压电陶瓷晶堆以并联方式 接入电源。当外部的输入信号频率与换能器的某一 阶弯曲共振频率一致时,通过逆压电效应,两组压电 陶瓷晶堆上半部分伸长时下半部分缩短,反之亦然。



换能器的结构原理图

1.2 换能器的理论模型构建

根据换能器的结构特点,把图1(a)所示的双激 励阶梯形弯曲振动夹心式压电超声换能器的结构简 化为6部分(见图2),每部分看作一个等截面杆。



图 2 双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电超声 换能器简化示意图

根据 Timoshenko 弯曲梁理论^[16],等截面杆的 弯曲振动满足:

$$(Y = (1 + \lambda_1)A_1\cosh(n_1x) + (1 + \lambda_1)B_1\sinh(n_1x) + (1 + \lambda_2)A_2\cos(n_2x) + (1 + \lambda_2)B_2\sin(n_2x)$$

$$\varphi = A_1 n_1 \sinh(n_1 x) + B_1 n_1 \cosh(n_1 x) - A_2 n_2 \sin(n_2 x) + B_2 n_2 \cos(n_2 x)$$
(1)

$$M_0 = EI[A_1 n_1^2 \cos(n_1 x) + B_1 n_1^2 \sin(n_1 x) + A_2 n_2^2 \cos(n_2 x) + B_2 n_2^2 \sin(n_2 x)]$$

$$\left[Q = K'A_0G\left[-\lambda_1A_1n_1\sin(n_1x) + \lambda_1B_1n_1\cos(n_1x) - \lambda_2A_2\sin(n_2x) + \lambda_2B_2n_2\cos(n_2x)\right]\right]$$

式中:Y 为弯曲总位移; φ 为弯曲振动引起的截面转 角; M_0 为作用于截面的弯矩;Q 为剪应力的合力;G为对应材料的剪切模量; A_0 为横截面积;K'为面积 系数,对应圆截面的面积系数 K'=1/1.1;E 为对应 材料的杨氏模量;I 为惯性矩; ρ 为对应材料的密度; A_1,A_2,B_1,B_2 为待定系数。

将Y、f、 M_0 、Q参数构建成描述弹性梁弯振的 状态向量 Z_i ($i=1\sim7$),则可得:

$$\mathbf{Z}_{i} = (Y_{i} \quad \varphi_{i} \quad M_{0i} \quad Q_{i})^{\mathrm{T}}$$

$$(2)$$

同时将 A₁, A₂, B₁, B₂ 4 个待定系数用向量 C 表示:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(3)

则式(1)、(2)可表示为

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{C} \qquad (i=1,2) \tag{4}$$

其中:

$$(1 + \lambda_{2})\cos(n_{2}x) \qquad (1 + \lambda_{2})\sin(n_{2}x)$$

$$- n_{2}\sin(n_{2}x) \qquad n_{2}\cos(n_{2}x)$$

$$EIn_{2}^{2}\cos(n_{2}x) \qquad EIn_{2}^{2}\sin(n_{2}x)$$

$$K'A_{0}G - \lambda_{2}\sin(n_{2}x) \qquad K'A_{0}G\lambda_{2}n_{2}\cos(n_{2}x)$$
(5)

$$\boldsymbol{B}_{i} = \begin{pmatrix} (1+\lambda_{1})\cosh(n_{1}x) & (1+\lambda_{1})\sinh(n_{1}x) & (1+\lambda_{2})\cos(n_{2}x) \\ n_{1}\sinh(n_{1}x) & n_{1}\cosh(n_{1}x) & -n_{2}\sin(n_{2}x) \\ EIn_{1}^{2}\cos(n_{1}x) & EIn_{1}^{2}\sin(n_{1}x) & EIn_{2}^{2}\cos(n_{2}x) \\ -K'A_{0}G\lambda_{1}n_{1}\sin(n_{1}x) & K'A_{0}G\lambda_{1}n_{1}\cos(n_{1}x) & K'A_{0}G-\lambda_{2}\sin(n_{2}x) \end{pmatrix}$$

$$\begin{split} & \exists z_{\bar{z}} \\ \exists z_{\bar{z}} \\ & = 0 \\ z_{-} \\ & = 0 \\ z_{-}$$

$$\begin{cases}
n_{1} = F \times \omega \sqrt{-1 + H \sqrt{\frac{1 + a^{2}}{\omega^{2}}}} \\
n_{2} = F \times \omega \sqrt{1 + H \sqrt{\frac{1 + a^{2}}{\omega^{2}}}} \\
F = \frac{\sqrt{\frac{1}{C_{2}^{2}} - \frac{1}{C_{1}^{2}}}}{\sqrt{2}} \\
H = \frac{C_{1}^{2} - C_{2}^{2}}{\sqrt{2}} \\
H = \frac{2\sqrt{C_{0}}}{\frac{1}{C_{2}^{2}} - \frac{1}{C_{1}^{2}}} \\
C_{1} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \\
C_{2} = \sqrt{\frac{K'G}{\rho}} \\
C_{0} = \frac{A_{0}\rho}{EI} \\
w = 2\pi f
\end{cases}$$
(30)
(31)

式中:*l_i*为第*i*段等截面杆的长度;*f*为频率;*d_i*为 第*i*段等截面杆的半径。

夹心式压电换能器(见图 2)的弯曲振动满足以 下向量传递关系:

$$Z_1 = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 Z_7 = TZ_7$$
(33)
若换能器两端的弯矩和剪应力都为 0,则:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{1} \\ \varphi_{1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{7} \\ \varphi_{7} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(34)

双激励阶梯形双激励弯曲振动换能器的共振频 率方程:

$$\begin{vmatrix} T_{31} & T_{32} \\ T_{41} & T_{42} \end{vmatrix} = T_{31}T_{42} - T_{41}T_{32} = 0$$
(35)

由式(35)可知,双激励阶梯形双激励弯曲振动 换能器的共振频率与换能器各部分材料、尺寸和弯 曲共振频率有关。当换能器的结构尺寸和参数确定 后,通过求解式(35)可得换能器各阶弯曲振动的共 振频率。

放大系数 M 是衡量换能器振动性能的一个重 要参数,定义放大系数为换能器在特定谐振模式下 输出端位移振幅 Y_{i+1} 与输入端位移振幅 Y₁的比 值,即:

$$M = \left| Y_{i+1} / Y_1 \right| \tag{36}$$

在两端自由的条件下,由式(8)可得 $\begin{cases} Y_1 = T_{11}Y_{i+1} + T_{12}\varphi_{i+1} \\ 0 = T_{31}T_{i+1} + T_{32}\varphi_{i+1} \end{cases}$ (37)

将式(37)代入式(36)可得

$$M = \left| \frac{T_{32}}{T_{11} T_{32} - T_{12} T_{31}} \right|$$
(38)

2 理论模型验证

换能器的阶梯形前盖板和中心质量块选用 7075硬铝,半环形压电陶瓷晶堆采用 PZT-8,圆柱 形后盖板选用 45[#]钢,其材料参数如表 1、2 所示。

表1 金属材料参数

材料	密度/ (kg•m ⁻³)	杨氏模量/ (GN•m ⁻²)	剪切模量/ GPa
45 # 钢	7 850	209	82.3
7075 硬铝	2 700	71.5	28.1
	表2 压自	电陶瓷参数	
弹性柔顺	常数/ 压	电应变常数/	/ / 1

$(pm^2 \cdot N^{-1})$			(pC•N ⁻¹)		k_{33}	$\rho/(\text{kg} \cdot$
s_{11}^{E}	s_{12}^{E}	s_{13}^{E}	d_{31}	d_{33}		m)
11.1	-3.7	-4.8	-93	-218	0.62	7 500

本文中, 换能器的 $L_1 = 20 \text{ mm}$, $L_2 = L_4 = 5 \text{ mm}$, $L_3 = 15 \text{ mm}$, $L_5 = 20 \text{ mm}$, $L_6 = 50 \text{ mm}$, $D_1 = 30 \text{ mm}$, $D_2 = 45 \text{ mm}$ 。当换能器的材料及尺寸参数确定后, 由式(7)可得换能器弯曲共振的频率响应曲线, 如图 3 所示。由图可知, 在频率 0~35 000 Hz内, 换能器的一~ 四阶弯曲共振频率分别为7 649 Hz, 16 974 Hz, 24 715 Hz 和 33 165 Hz。



基于理论计算所得换能器的结构尺寸参数,在 Comsol有限元仿真软件中的结构力学模块下选择 压电耦合场,建立与理论计算模型完全一致的换能 器三维有限元仿真模型。通过分割域将压电陶瓷片 分为独立的两部分,即换能器的两组压电陶瓷晶堆 上半部分的极化方向和下半部分的极化方向相反。 两组压电陶瓷晶堆以并联方式接入电源,激发两组 压电陶瓷晶堆上半部分扩张时下半部分收缩,反之 亦然,从而激发换能器整体的弯曲振动。通过模态 分析可得双激励弯曲振动夹心式压电超声换能器的 前4阶弯曲振动模态振型图,如图4所示。



表 3 为理论计算与有限元仿真的换能器前 4 阶 共振频率值。表中, f_t 为利用传递矩阵模型理论计 算所得共振频率, f_c 为有限元仿真所得频率, $\Delta = |f_t - f_c|/f_c$ 为理论与仿真计算结果的相对误差。

衣 5 生比片异数 值 7 行 帐 儿 仿 具 值 八	表 3	3 理	论计	算数	值与	有限	元仿	真值	对比
-----------------------------	-----	-----	----	----	----	----	----	----	----

振动模态	$f_{\rm t}/{ m Hz}$	$f_{\rm c}/{ m Hz}$	Δ / $\frac{0}{10}$
一阶	7 649	7 400	3.36
二阶	16 974	17 200	1.31
三阶	24 715	25 200	1.92
四阶	33 165	32 800	1.10

由表 3 可看出,理论计算值与有限元仿真值间的相对误差为 1.10%~3.36%,表明本文基于 Timoshenko弯曲梁理论推导的双激励弯曲振动夹 心式压电超声换能器共振频率方程的理论计算精度 较高,且阶数越高,其误差越小,这也说明 Timoshenko 弯曲梁理论尤其适合换能器的高阶弯曲振动 的理论分析。

表 4 为理论计算和有限元仿真所得换能器前 4 阶弯曲振动模态对应的放大系数。由表可知,由两 种方法所得各阶弯曲振动模态下换能器的放大系数 基本一致,不同的弯曲振动模态对应不同的放大 系数。

表 4	理论计算和有限元仿真所得换能器
	的放大系数

振动模态 —	放大	、系数	
	理论计算	有限元仿真	
一阶	4.03	4.19	
二阶	2.86	2.69	
三阶	4.39	3.92	
四阶	11.52	12.14	

由表 3、4 可知,由两种方法计算的换能器的共 振频率和放大系数基本一致,二者偏差主要来源:

1) 基于 Timoshenko 弯曲梁理论构建换能器 的理论模型时,把压电陶瓷晶堆看作是各项同性的 陶瓷弹性材料,未考虑压电陶瓷的压电效应,而有限 元仿真过程中考虑了压电陶瓷晶堆的压电效应。

 2)两种方法基于的理论基础不同(分别为波动 方程法和有限元法),也会带来计算结果的偏差。
 2,此响应公共

3 谐响应分析

在有限元软件 Comsol 中通过频域分析获得换 能器频响曲线,如图 5 所示。由图可知,在 0~ 35 000 Hz的频率范围内有 4 个共振峰,每个共振峰 的波谷对应的频率值为换能器共振频率 f_e ,波峰对 应的频率值为反共振频率 f_p 。



在各阶弯曲振动模式下换能器的有效机电耦合 系数 k_{eff}为 39)

$$k_{\rm eff} = \sqrt{(f_{\rm p}^2 - f_{\rm c}^2)/f_{\rm p}^2}$$
 (6)

表 5 为有限元仿真所得换能器的共振、反共振 频率和有效机电耦合系数。由表可知,换能器在低 阶(一、二阶)弯曲振动模式下 k_{eff}大,高阶弯曲振动 模式下 k_{eff}小,二阶弯曲振动模式下 k_{eff}最大。由图 4 可知,在二阶弯曲振动模式下,换能器的两组压电陶 瓷晶堆均靠近换能器的弯曲振动位移节点。因此, 在二阶振动模式下换能器的两组压电陶瓷晶堆均受 到较大的应力作用,从而具有较高的机电转换效率。 由此可知,在设计弯曲振动换能器时,为了实现较高 的机电转换效率,需要把压电陶瓷晶堆设计在换能 器的位移节点附近。

表5 有限元仿真所得换能器的 f_{c} 、 f_{p} 、 k_{eff}

振动模态	$f_{ m c}/{ m Hz}$	$f_{\rm p}/{ m Hz}$	$k_{ m eff}$
一阶	7 400	7 600	0.23
二阶	17 200	18 000	0.29
三阶	25 200	25 400	0.13
四阶	32 800	32 900	0.08

4 振动性能分析

为了研究阶梯形前盖板的径向尺寸对换能器的 弯曲共振频率及放大系数 M 的影响,定义 N 是前 盖板大端直径 D_2 与小端直径 D_1 之比,即 $N = D_2 / D_1$ 。当换能器的阶梯形 D_2 固定后,通过改变 D_1 可 改变 N 值。

图 6 为理论计算与有限元仿真所得换能器的各 阶弯曲共振频率与 N 的变化关系。由图可知,随着 N 的增大,前 4 阶共振频率均降低,且两种方法所 得共振频率随 N 的变化规律一致。



图 7 为理论计算与有限元仿真所得换能器 M

与 N 的变化关系。由图可知,随着 N 的增大,前 4 阶弯曲共振模式下 M 均增大,其中在二阶弯曲振动 模式下 N 对 M 的影响相对较小,两种方法所得 M 随 N 的变化规律完全一致。



5 结论

基于 Timoshenko 梁弯曲理论推导了双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电超声换能器的传递矩阵理论计算模型,并与有限元仿真进行对比,两种方法所得结果吻合良好。研究结果表明:

基于 Timoshenko 梁弯曲理论推导的换能器的传递矩阵设计理论尤其适合换能器的高阶弯曲振动分析。

2) 换能器在低阶(一、二阶)弯曲振动模式下的 有效机电耦合系数大,高阶弯曲振动模式下换能器 的有效机电耦合系数小,特别是二阶弯曲振动模式 下换能器的有效机电耦合系数最大。

3) 换能器的 N 越大,其各阶共振频率越低。

4)随着换能器的 N 增大,前 4 阶弯曲共振模 式下换能器的 M 均增大,其中在二阶弯曲振动模式 下 N 对 M 的影响相对较小。

此外,在弯曲振动压电换能器的设计过程中,为 了获得较大的机电转换效率,需要把压电陶瓷晶堆 设计在换能器的弯曲振动位移节点处。

参考文献:

- [1] 林书玉. 超声换能器的原理及设计[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [2] 张宁宁, 雷前召. 压电双叠片复合弯曲振动换能器辐射 声场研究[J]. 压电与声光, 2016, 38(5): 819-823.
 ZHANG Ningning, LEI Qianzhao. Study on the radia-

ted acoustic field of a piezoelectric laminated omposite bending vibration transducer [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics,2016,38(5);819-823.

[3] 张宁宁,吴胜举,凌小娜. 压电陶瓷三叠片复合换能器 弯曲振动特性研究[J]. 压电与声光,2015,37(4): 620-625.

> ZHANG Ningning, WU Shengju, LING Xiaona. Study on vibration characteristics of three laminated composite piezoelectric bending transduce[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2015, 37(4):620-625.

[4] 许龙,林书玉.模式转换型超声塑焊振动系统的设计 [J].声学学报,2010,35(6):688-693.

XU Long, LIN Shuyu. Design of ultrasonic vibration system with vibration mode-conversion for ultrasonic plastics welding[J]. Acta Acustica, 2010, 35(6):688-693.

- [5] 曹洋,李华,任坤,等. 纵振驱动球面弯曲振动超声聚焦系统的聚焦特性[J]. 应用声学,2018,37(2):273-280.
 CAO Yang, LI Hua, REN Kun, et, al. Sonic focusing properties of ultrasonic focusing system based on longitudinal vibration driving spherical bending vibration [J]. Journal of Applied Acoustics, 2018, 37(2): 273-280.
- [6] 李英明,莫喜平,潘耀宗,等.铁镓驱动弯曲圆盘换能器
 设计及振动特性研究[J].应用声学,2016,35(6):
 471-479.

LI Yingming, MO Xiping, PAN Yaozhong, et al. Flexural vibration of bender disk transducer driven by Galfenol[J]. Journal of Applied Acoustics, 2016, 35(6): 471-479.

- [7] XU Wenhu, LU Xinchun, PAN Guoshun, et al. Ultrasonic flexural vibration assisted chemical mechanical polishing for sapphire substrate[J]. Applied Surface Science, 2010, 256(12): 3936-3940.
- [8] NATH C,RAHMAN M,NEO K S. A study on ultrasonic elliptical vibration cutting of tungsten carbide [J]. Journal of Materials Processing Tech, 2008, 209 (9):4459-4464.
- [9] CHANDRA N, MUSTAFIZUR R, KEN S N. Machinability study of tungsten carbide using PCD tools under ultrasonic elliptical vibration cutting[J]. International

Journal of Machine Tools and Manufacture, 2009, 49 (14):1089-1095.

- [10] 张德远,张成茂.飞机交点孔超声椭圆振动精密加工 技术[J].中国机械工程,2012,23(1):39-41.
 ZHANG Deyuan, ZHANG Chengmao. Ultrasonic elliptical vibration precision machining for aircraft intersection holes[J]. China Mechanical Engineering,2012, 23(1):39-41.
- [11] 颜敏,罗晓清,张战成.基于光传输模型学习的红外和可见光图像融合网络设计[J].计算机科学,2022,49(4):215-220.
 YAN Min, LUO Xiaoqing, ZHANG Zhancheng. In-

frared and visible image fusion network based on optical transmission model learning[J]. Computer Science, 2022, 49(4): 215-220.

- [12] ZHANG Fan, CHEN Weishan, LIN Junkao, et al. Bidirectional linear ultrasonic motor using longitudinal vibrating transducers[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2005, 52 (1):134-141.
- [13] 陈维山,张帆,刘军考. 新型超声换能器式直线驻波马达的研究[J]. 压电与声光,2004,26(1):24-26.
 CHEN Weishan, ZHANG Fan, LIU Junkao. Study on a new transducer-type linear Standing wave ultrasonic motor[J]. Piezoelectrics&Acoustooptics, 2004, 26(1): 24-26.
- [14] 石胜君,陈维山,刘军考,等. 大推力推挽纵振弯纵复 合直线超声电机[J]. 中国电机工程学报,2010,30(9): 55-61.
 SHI Shengjun, CHEN Weishan, LIU Junkao, et al. A high power ultrasonic linear motor using push-pull longitudinal and bending multimode transducer[J].
- [15] 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计[M]. 北京:科学出版社,1987:36-163.

Proceedings of the CSEE, 2010, 30(9): 55-61.

[16] 周光平,李明轩. 超声弯曲模式变幅杆的振动分析[J].
声学学报,2000,25(2):120-125.
ZHOU Guangping,LI Mingxuan. Vibration analysis of ultrasonic solid horn for flexural mode [J]. Acta Acustica,2000,25(2): 120-125.