文章编号:1004-2474(2024)02-0264-09 **DOI**:10.11977/j.issn.1004-2474.2024.02.023

基于弹丸定位精度分析的传感器布局优化方法

徐 宏[1],谢逸林[2],高卿粟[3],陈晓雷[4]

(1.郑州轻工业大学 电子信息学院,河南 郑州 450002;2.郑州轻工业大学 计算机科学与技术学院,河南 郑州 450002;
3.解放军95174部队,河南 郑州 450002;4.郑州轻工业大学 电子信息学院,河南 郑州 450002)

摘 要:能否快速准确地对超声速弹丸在靶面上的弹着点进行定位,是影响智能报靶系统性能的核心因素。在通过建立弹丸入射模型获取弹丸入射点的过程中,传感器的布局形式对弹丸入射精度的求解至关重要。针对如何选取最佳的传感器布局方法,该文提出使用几何精度因子(GDOP)精度分析与优化算法相结合的弹丸入射精度分析方法,通过计算高精度下弹丸入射精度等号线的面积,在特定范围内寻找最佳的传感器布局形式。基于弹丸入射精度分析法进行多组理论可行性仿真实验,实际情况下进行有限入射范围仿真实验及拓展实验等,最后得出基于高精度弹丸入射定位中传感器布局的基本规律。通过多组实验验证可得,该文提出的弹丸定位精度分析法可有效地选取高精度的传感器布局方式,且最优的传感器布局均符合高精度传感器布局的基本规律。

关键词:弹丸入射定位;几何精度因子(GDOP);优化算法;传感器布局;激波

中图分类号:TN98 **文献标识码**:A

Sensor-Layout Optimization Method Based on a Projectile Positioning Accuracy Analysis

XU Hong[1], **XIE Yilin**[2], **GAO Qingsu**[3], **CHEN Xiaolei**[4]

(1. College of Electronics and Information Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China;
2. College of Computer Science and Technology, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China;
3. 95174 Unit, PLA, Zhengzhou 450002, China;
4. College of Electronics and Information, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The rapid and accurate localization of impact points of supersonic projectiles on a target surface is a crucial factor influencing the performance of intelligent target-reporting systems. When obtaining projectile impact points by establishing an impact model, the sensor layout plays a vital role in determining the accuracy of the projectile impacts. In addressing the selection of the optimal sensor-layout method, this study proposes a projectile-impact-accuracy analysis method that combines a geometric dilution of precision analysis with optimization algorithms. This is achieved by calculating the area of iso-lines representing high-precision projectile impact points and searching for the optimal sensor layout within a specific range. The proposed method is validated through multiple sets of theoretical feasibility simulations, simulations with limited impact ranges under real conditions, and extended experiments. Results from these experiments reveal the fundamental principles governing sensor layouts for high-precision projectile impact localization. The effectiveness of the proposed projectile-localization accuracy analysis method is demonstrated by the successful selection of high-precision sensor layouts, with the identified optimal sensor layouts aligning with the fundamental principles of high-precision sensor deployment.

Key words: projectile incident positioning; geometric dilution of precision; optimization algorithm; sensor layout; shockwave

0 引言

近年来,随着智能技术的飞速发展,传统的人工报靶过程效率低、精度低,同时存在潜在的安全风险。因此,在靶场射击训练、武器校准及民用射

收稿日期:2023-11-29
基金项目:郑州市重大科技创新专项基金资助项目(2019CXZX0042)
作者简介:徐宏(1981-),男,河南省信阳市人,讲师,博士。

击等领域已广泛应用智能报靶系统。在智能报靶系统中，弹着点的准确定位是评估系统性能的重要指标[1]。传感器的布置方式对于弹着点的精确定位起着关键作用，因为它直接影响获取弹着点位置信息的准确性。弹丸入射定位模型是一种用于更精确定位弹着点的方法，其基于弹丸激波的物理特性构建一个近似圆锥曲面的激波方程，通过多个传感器接收激波信号的时间信息，以实现对弹丸弹着点的准确定位。通过求解激波方程可获得弹丸弹着点的坐标信息。这种弹丸入射定位方法具有重要的实际意义，包括但不限于纠正射击习惯、提高射击训练水平及提升射击体验等方面。此技术基于现代传感器和数学模型，为弹着点定位提供了更准确的方式，从而提高了报靶系统的性能和可操作性，这对于靶场射击和军事训练等应用具有显著影响[2]。智能报靶系统中，弹丸入射定位模型借助先进的传感技术，通过高效采集多个传感器的数据，计算弹丸的入射点，这有助于提高射击技能、加强训练效果，同时也有助于确保报靶过程的安全性。

定位模型与定位算法能否应用到实际工程中，必须进行定位精度评估[3]。通过对不同的传感器布阵形式进行定位精度分析，可选择更符合实际情况的传感器布阵形式，从而提高弹丸定位精度。因此，定位精度的分析方法在实际的精度分析应用中具有重大意义。文献[4-5]虽然总结了较少测量站基于时差误差和站址误差的定位误差模型，但因基站数量不足，应用到实际情况较难。文献[6]虽然提出了更合理的定位误差模型，但基于卫星定位的基础上，定位模型和定位算法不适用于弹丸入射的实际情况。因此，本文综合了弹丸入射定位模型与靶面传感器布阵的详细分析，提出了基于时差误差的三维几何精度因子(GDOP)误差模型[7]。借助优化模型，结合 GDOP 误差模型，可在一组传感器坐标集合内寻找最佳的传感器布阵方式，进行多组实验以总结出最佳传感器布阵的一般规律。结合实际情况，在多组实验的基础上，分析了优化模型与 GDOP 误差模型在有限范围内弹丸精度误差分析中的适用性，以及寻优结果的合理性。

1　弹丸入射定位模型

在超声速飞行过程中，弹丸会产生以弹丸弹道方向为轴线，并以近似圆锥曲面的形式动态扩散的弹丸激波。在弹丸入射定位系统中，可以在靶面附近设置 3 个或多个激波接收传感器，用来接收弹丸在飞行过程中的激波信号。激波信号到达每个传感器的时间不同，根据到达时间差可定位弹丸在靶面上的弹着点。

弹丸激波在无障碍传播过程中某一时刻的弹丸入射的激波扩散方式如图 1 所示。图中，θ 为弹丸激波的马赫角，OP 为弹丸弹道线。设 c 为当前环境下的声速，v 为弹丸飞行速度，则：

$$\theta=\arcsin(c/v) \tag{1}$$

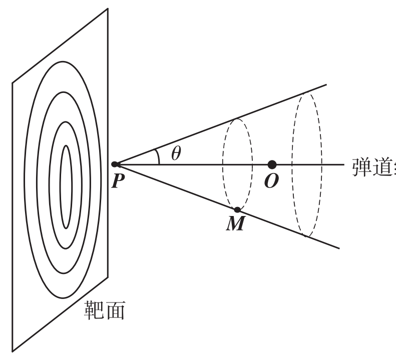


图 1　弹丸入射激波的波前模型

假设图 1 中 $\boldsymbol{P}(x_P, y_P, z_P)$为弹丸激波的圆锥曲面顶点，$O(x_O, y_O, z_O)$为弹道线上的某一点，$M(x_M, y_M, z_M)$为圆锥曲面上的任意一点，可得向量 $\boldsymbol{PM}$ 为

$$\boldsymbol{PM}=(x_M-x_P, y_M-y_P, z_M-z_P) \tag{2}$$

图 2 为弹道线方向向量。图中 α，β 分别为弹丸相对于靶面坐标系的水平和垂直入射角，根据弹道线向量 $\boldsymbol{OP}$ 可得弹道方向单位向量 $\boldsymbol{l}$[8] 为

$$\boldsymbol{l}=\frac{\boldsymbol{OP}}{|\boldsymbol{OP}|}=(\cos\alpha\cos\beta, \sin\alpha, \cos\alpha\cos\beta) \tag{3}$$

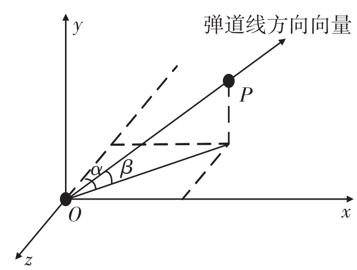


图 2　弹道线方向向量

根据空间几何关系，可知 $\boldsymbol{l}$、$\boldsymbol{PM}$ 与马赫角 θ 满足：

$$\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{PM}=|\boldsymbol{l}|\cdot|\boldsymbol{PM}|\cdot\cos(\pi-\theta) \tag{4}$$

当弹丸垂直入射时，$\alpha=\beta=0$，则 $\boldsymbol{l}=(0,0,1)$。结合式(2)、(4)并代入相关坐标参数，得到弹丸激

波波前传播模型：

$$(z_M - z_P) = \cos(\pi - \theta) \cdot \sqrt{(x_M - x_P)^2 + (y_M - y_P)^2 + (z_M - z_P)^2} \tag{5}$$

弹丸入射定位模型的几何模型如图 3 所示。模型推导以倒 T 型四点位的传感器布阵方式为例。该布阵方式由一个用于记录零点时刻的传感器 $\boldsymbol{M}_3(0,0,z_{M_3})$，3 个在 x 轴上且共面的传感器 $\boldsymbol{M}_0(x_{M_0},y_{M_0},z_{M_0})$、$\boldsymbol{M}_1(x_{M_1},y_{M_1},z_{M_1})$ 和 $\boldsymbol{M}_3(x_{M_3},y_{M_3},z_{M_3})$组成。

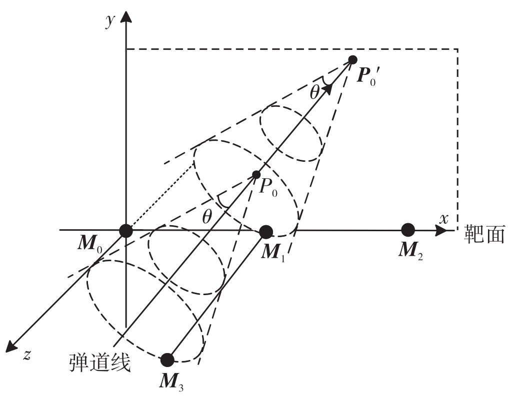


图 3 弹丸入射过程示意图

图 3 中，圆锥曲面即为弹丸在飞行过程中所产生的激波，激波掠过 $\boldsymbol{M}_3$ 传感器时刻即为零点时刻，此时的圆锥曲面顶点设为 $\boldsymbol{P}_0(x_{P_0},y_{P_0},z_{P_0})$。激波分别掠过其他传感器时刻的圆锥曲面顶点设为 $P_0'(x_{P_0'},y_{P_0'},z_{P_0'})$。

经过 $\Delta T_i(i=0,1,2)$时间后弹丸从 $\boldsymbol{P}_0$ 运动到 $\boldsymbol{P}_0'$ 位置，此时 $\boldsymbol{P}_0'$ 点坐标为

$$\begin{cases} x_{P_0'} = x_{P_0} + v_x \cdot \Delta T_i \\ y_{P_0'} = y_{P_0} + v_y \cdot \Delta T_i \\ z_{P_0'} = z_{P_0} - v_z \cdot \Delta T_i \end{cases} \quad (i=0,1,2) \tag{6}$$

式中：v_x、v_y、v_z 为弹丸飞行速度 v 在 x、y、z 方向的速度分量。

经过 $\Delta T_i(i=0,1,2)$时间后，根据更新后的顶点坐标 $\boldsymbol{P}_0'$ 和参考零点时刻的顶点坐标 $\boldsymbol{P}_0$ 可得弹道方向矢量 $\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_0'$ 为：

$$\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_0' = (x_{P_0'} - x_{P_0}, y_{P_0'} - y_{P_0}, z_{P_0'} - z_{P_0}) \tag{7}$$

则向量 $\boldsymbol{P}_0'\boldsymbol{M}_i$ 可表示为

$$\boldsymbol{P}_0'\boldsymbol{M}_i = (x_{M_i} - x_{P_0'}, y_{M_i} - y_{P_0'}, z_{M_i} - z_{P_0'}) \quad (i=0,1,2) \tag{8}$$

根据式(4)，可得：

$$\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_0' \cdot \boldsymbol{P}_0'\boldsymbol{M} = |\boldsymbol{P}_0\boldsymbol{P}_0'| \cdot |\boldsymbol{P}_0'\boldsymbol{M}_i| \cdot \cos(\pi - \theta) \quad (i=0,1,2) \tag{9}$$

当弹丸垂直入射时，速度分量 $v_x = v_y = 0$、$v_z = v$，由式(6)、(9)可得：

$$\begin{cases} (z_{M_0} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_0) = \cos\theta \cdot \sqrt{(x_{M_0} - x_{P_0})^2 + (y_{M_0} - y_{P_0})^2 + (z_{M_0} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_0)^2} \\ (z_{M_1} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_1) = \cos\theta \cdot \sqrt{(x_{M_1} - x_{P_0})^2 + (y_{M_1} - y_{P_0})^2 + (z_{M_1} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_1)^2} \\ (z_{M_2} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_2) = \cos\theta \cdot \sqrt{(x_{M_2} - x_{P_0})^2 + (y_{M_2} - y_{P_0})^2 + (z_{M_2} - z_{P_0} + \boldsymbol{v} \cdot \Delta T_2)^2} \end{cases} \tag{10}$$

整理方程组，将式(10)进一步简化为

$$(z_i - z_T + v \cdot \Delta T_i) = \cos\theta \cdot [(x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2 + (z_i - z_T + v \cdot \Delta T_i)^2]^{1/2} \quad (i=3,4,5,\cdots) \tag{11}$$

式(11)为弹丸入射定位模型，由于所求的弹丸弹着点坐标有 3 个未知量组成，因此 $i \geqslant 3$，其中(x_i,y_i,z_i)为第 i 个传感器的坐标；(x_T,y_T,z_T)为弹丸弹着点坐标；ΔT_i 为弹丸经过零点传感器的时刻与经过第 i 个传感器的时刻之间的时间差。通过求解该非线性方程组，即可得到弹丸弹着点的坐标估计值。

2 基于时差误差的定位误差模型

2.1 误差模型建立

基于弹丸入射定位模型的基本原理分析可知，时差定位是在已知靶面上所布置的传感器位置坐标的前提下，利用各个传感器与零点传感器之间的时间差来定位弹丸在靶面上的具体位置。若传感器的坐标位置本身存在误差，则在求导致弹丸坐标时定位模型将产生定位误差，从而影响定位精度。下面推导基于时差误差的定位误差模型。

由式(1)～(10)可获得弹丸在靶面弹着点的理论位置，但在实际情况下，时间测量误差会对弹丸弹着点的定位精度造成影响。考虑到上述误差影响，为简化后续对定位误差模型的推导过程，将式(11)中的 ΔT_i 与有关系数移至等号左边进一步表示为

$$\boldsymbol{v} \cdot \Delta T_i = \sqrt{\cot^2\theta\,[(x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2]} - (z_i - z_T) \tag{12}$$

式(12)进一步表示为

$$h_i(t) = f_i(x_T, y_T, z_T) \tag{13}$$

对式(13)求微分可得：

$$\boldsymbol{v}\mathrm{d}t_i=\frac{\partial f_i}{\partial x_{\mathrm{T}}}\mathrm{d}x_{\mathrm{T}}+\frac{\partial f_i}{\partial y_{\mathrm{T}}}\mathrm{d}y_{\mathrm{T}}+\frac{\partial f_i}{\partial z_{\mathrm{T}}}\mathrm{d}z_{\mathrm{T}} \tag{14}$$

将式(14)用矩阵的形式表示，则：

$$\boldsymbol{v}\mathrm{d}\boldsymbol{t}_i=\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}} \tag{15}$$

式中：$\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}=[\mathrm{d}x_{\mathrm{T}}\ \mathrm{d}y_{\mathrm{T}}\ \mathrm{d}z_{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$；$\mathrm{d}\boldsymbol{t}_i=[\mathrm{d}t_1\ \mathrm{d}t_2\ \mathrm{d}t_3]$；$\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}$ 为关于 $X_{\mathrm{T}}=[x_{\mathrm{T}}\ y_{\mathrm{T}}\ z_{\mathrm{T}}]$ 的 Jacobi 矩阵，即：

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_1}{\partial y_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_1}{\partial z_{\mathrm{T}}}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_2}{\partial y_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_2}{\partial z_{\mathrm{T}}}\\ \frac{\partial f_3}{\partial x_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_3}{\partial y_{\mathrm{T}}} & \frac{\partial f_3}{\partial z_{\mathrm{T}}}\end{bmatrix} \tag{16}$$

代入参数后可得：

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\frac{\cot\theta(x_1-x_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_1-x_{\mathrm{T}})^2+(y_1-y_{\mathrm{T}})^2}} & \frac{\cot\theta(y_1-y_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_1-x_{\mathrm{T}})^2+(y_1-y_{\mathrm{T}})^2}} & 1\\ \frac{\cot\theta(x_2-x_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_2-x_{\mathrm{T}})^2+(y_2-y_{\mathrm{T}})^2}} & \frac{\cot\theta(y_2-y_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_2-x_{\mathrm{T}})^2+(y_2-y_{\mathrm{T}})^2}} & 1\\ \frac{\cot\theta(x_3-x_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_3-x_{\mathrm{T}})^2+(y_3-y_{\mathrm{T}})^2}} & \frac{\cot\theta(y_3-y_{\mathrm{T}})}{\sqrt{(x_3-x_{\mathrm{T}})^2+(y_3-y_{\mathrm{T}})^2}} & 1\end{bmatrix} \tag{17}$$

由式(15)可得 $\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}=\boldsymbol{v}\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}^{-1}\mathrm{d}\boldsymbol{t}_i$。

令 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{v}\boldsymbol{M}_{\mathrm{T}}^{-1}$，假定传感器接收弹丸激波所产生的时差误差为 Q_{t}，则 $\mathrm{d}\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{t}}\mathrm{d}\boldsymbol{t}_i$，由此可知，基于时差误差的定位误差模型为

$$\boldsymbol{P}_x=\boldsymbol{D}(\mathrm{d}x)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}_{\mathrm{t}} \tag{18}$$

故弹丸入射精度的 ***GDOP*** 为

$$\boldsymbol{GDOP}=\sqrt{\mathrm{trace}(P_x)} \tag{19}$$

2.2　优化模型

在实际应用中，不同弹丸入射靶所需传感器布阵方式不同。因此，本文提出了一种优化方法，通过设置多组传感器坐标并结合弹丸入射精度的 ***GDOP*** 矩阵，寻找在不同弹丸入射范围下对应的最佳传感器布阵方式。

首先，设定传感器坐标的选取范围为 $X\in(0,M)$，$Y\in(0,N)$，在该范围内选择多个传感器坐标点，并定义传感器选取的矩阵 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}=\{M_{\mathrm{T}_1},M_{\mathrm{T}_2},M_{\mathrm{T}_3},\cdots,M_{\mathrm{T}_i}\}$。由此可得，$n$ 点位传感器布阵的排列组合结果为 $j=C_i^n$，则由传感器布阵情况组成的向量 $\boldsymbol{D}=\{Q_1,Q_2,Q_3,\cdots,Q_j\}$。目标函数 S 根据上述基于时差误差的定位误差模型，可得到 $\boldsymbol{D}$ 中每组传感器布阵的 ***GDOP*** 值，并通过提取每组 ***GDOP*** 中高精度等高线的轮廓并计算其外包矩形面积，从而近似估算高精度等高线所覆盖的面积大小。在 $\boldsymbol{D}$ 中，寻找高精度等高线所包含面积最大的传感器布阵方式，即为最优传感器布阵方式。优化过程：

$$\begin{aligned}&\max S(X)\\&s.t.\ X\in\boldsymbol{D}\end{aligned} \tag{20}$$

式中：X 为传感器布阵方式的一组传感器坐标；$\boldsymbol{D}$ 为优化模型的约束条件；函数 S 为目标函数。

3　定位误差仿真实验

通过弹丸入射定位精度公式，分析了不同的三点位传感器布阵，以及传感器捕捉弹丸飞行过程中所产生激波的时差误差对弹丸定位精度的影响。

仿真实验设置为 4 组不同的传感器坐标集合，且坐标集合被限制在一个长 2 m、宽 1 m($X_{\mathrm{T}}\in(0,2)$，$Y_{\mathrm{T}}\in(0,1)$，X_{T}，Y_{T} 为传感器坐标)的矩形中。3 组集合内所包含的传感器坐标数量分别为 4、9、15，且坐标集合不具有轴对称性。仿真实验通过两个步骤分析传感器布阵对弹丸入射精度的影响。首先将坐标集合选取范围设置为 $X\in(0,2)$，$Y\in(0,2)$，在每个坐标集合内选取不同的 3 点位传感器布阵形式，并在空间范围 $X\in(0,2)$，$Y\in(0,2)$ 的弹丸定位精度进行理论分析；再结合实际的弹丸入射靶的传感器布阵方式，将坐标集合的范围设置为 $X\in(0,4)$、$Y\in(0,1)$，并在有限空间范围 $X\in(1,3)$、$Y\in(1,3)$ 的弹丸定位精度进行实际应用精度分析。通过这种方法能够获得在更广泛范围内的传感器布阵定位精度的有效估计，并能更全面地评估传感器布阵的精确性。该方法有助于确定传感器布阵是否能够满足特定应用中的定位精度要求，并为进一步优化布阵策略提供了有用的信息。

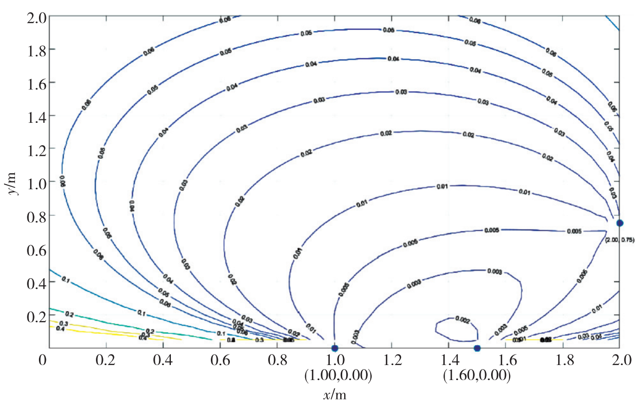
仿真实验中，本文通过估算出每组传感器布阵在高度精度为 0.01 m 下等高线外包矩形的累加面积，选择出定位精度最佳的三点位传感器布阵形式。

实验在时间测量误差为 3×10^{-6} s 的仿真条件

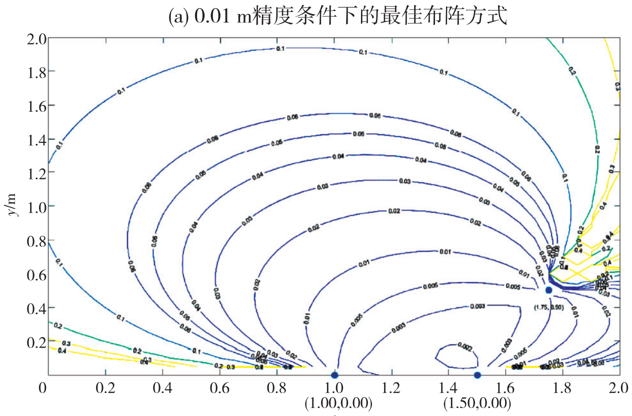
下，研究不同坐标集合中三点位传感器布阵情况对定位精度的影响。理论可行性实验：

1）坐标集合为{(1.5,0,0),(1,0,0),(1.75,0.5,0),(2,0.75,0)}三点位传感器布阵精度分析

上述坐标集合中，经过仿真实验计算，通过对比外包矩形面积分选出在高度 0.01 m 的等高线内部面积最大与面积最小的两种传感器布阵形式，如图 4 所示。由图可得，精度最优的传感器布阵的坐标选择{(1.5,0,0),(1,0,0),(2,0.75,0)}，在高度 0.01 m 下近似面积为 46.51 m^2。精度最差的传感器布阵的坐标选择{(1.5,0,0),(1,0,0),(1.75,0.5,0)}，在高度 0.01 m 下近似面积为 0.649 m^2。



(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式

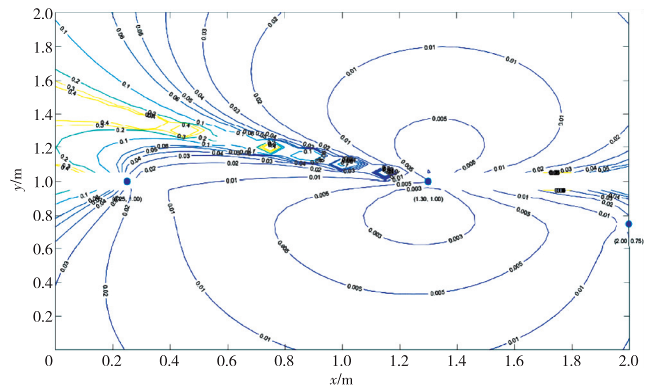


(b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

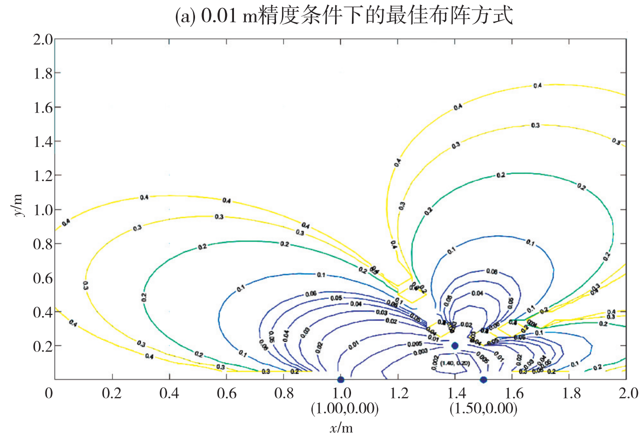
图 4 坐标集合内元素个数为 4 的三点位传感器布阵精度

2）坐标集合为{(1.5,0,0),(1,0,0),(1.75,0.5,0),(2,0.75,0),(0.5,0.25,0),(0.25,1.0,0),(0.6,0.5,0),(1.4,0.2,0),(1.3,1,0)}三点位传感器布阵精度分析

上述由 9 个传感器坐标组成的坐标集合中，仿真实验通过对比外包矩形面积分选出在高度为 0.01 m 的等高线内部面积最大与面积最小的两种传感器布阵形式，如图 5 所示。由图可得，精度最优的传感器布阵的坐标选择为{(2.5,0.75,0),(0.25,1,0),(1.3,1,0)}，在高度 0.01 m 下的近似面积为 189.85 m^2。精度最差的传感器布阵的坐标选择为{(1.5,0,0),(1,0,0),(1.4,0.2,0)}，在高度 0.01 m 下的近似面积为 0.129 m^2。



(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式

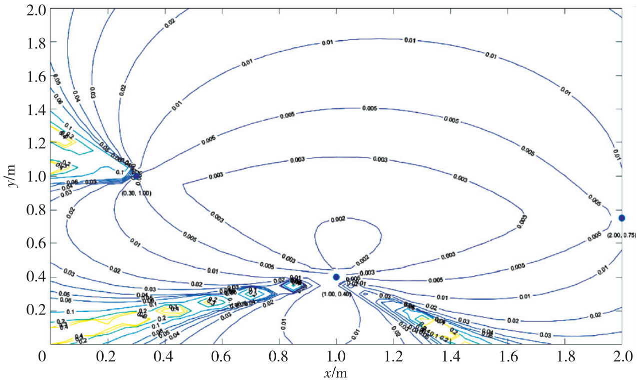


(b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

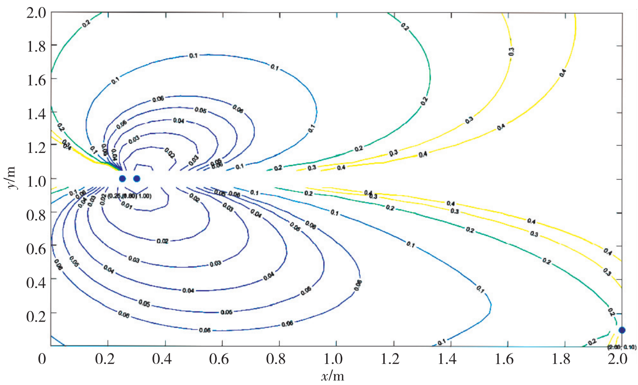
图 5 坐标集合内元素个数为 9 的三点位传感器布阵精度

3）坐标集合为{(1.5,0,0),(1,0,0),(1.75,0.5,0),(2,0.75,0),(0.5,0.25,0),(0.25,1,0),(0.6,0.5,0),(1.4,0.2,0),(1.3,1,0),(0.1,0.25,0),(0.3,1,0),(0.4,0.3,0),(1,0.4,0),(2,0.1,0),(0,0.4,0)}的三点位传感器布阵精度分析

最后的理论可行性选用由 15 个传感器坐标组成的坐标集，通过仿真实验计算出在高度为 0.01 m 的等高线内部面积最大与面积最小的两种传感器布阵形式，如图 6 所示。由图 6 可得，精度最优的传感器布阵的坐标选择为{(2,0.75,0),(0.3,1,0),(1,0.4,0)}，在 0.01 m 的高度下的近似面积为 190.48 m^2。精度最差的传感器布阵的坐标选择{(0.25,1,0),(0.3,1,0),(2,0.1,0)}，在 0.01 m 高度下的近似面积为 0.050 m^2。



(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式



(b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

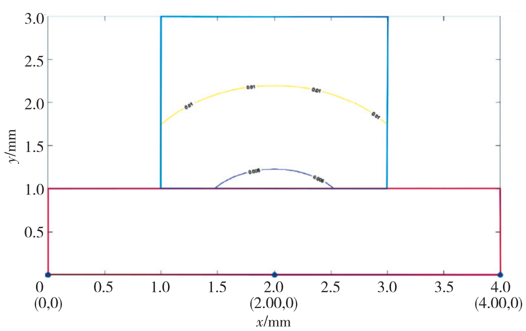
图 6　坐标集合内元素个数为 15 的 3 点位传感器布阵精度

通过对比以上 3 组实验可得，本研究所采用的弹丸精度入射误差分析与仿真实验，在理论上具备可行性。此外可观察到在高度为 0.01 m 时，最佳布阵和最差布阵之间的面积差异较大。

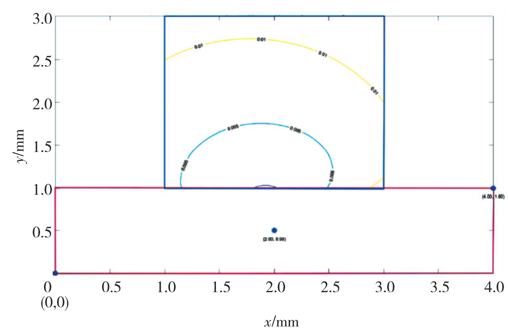
实际情况分析，通过上述 3 组理论仿真实验发现，在三点位传感器布阵中，当 3 个传感器坐标位置的间距较远，且有传感器设置在 y 方向时，弹丸入射精度越高。基于以上分析，现进行弹丸入射精度在实际情况下的误差分析。

仿真条件，实验设置时间测量误差为 5×10^{-6} s，传感器坐标选取范围为 $X\in(0,4)$、$Y\in(0,1)$，弹丸入射定位的范围设置为 $X\in(1,3)$、$Y\in(1,3)$。

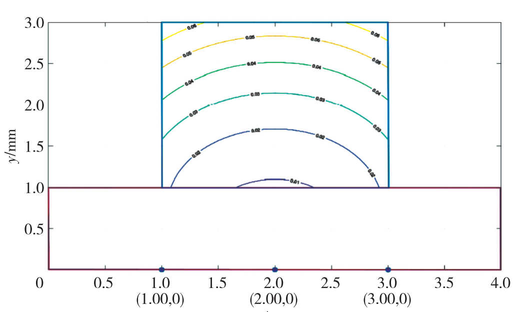
图 7 是坐标为{(0,0,0),(2,0,0),(4,0,0)}，{(0,0.5,0),(2,0.5,0),(4,0.5,0)}，{(1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)}，{(1,0.5,0),(2,0.5,0),(3,0.5,0)}的三点位传感器布阵精度。由图可看出，蓝色区域代表弹丸入射点的位置，而红色区域代表传感器坐标布阵的范围。通过分析图 7(a)、(c)中的等高线可以发现，在三点位传感器布阵中，若传感器间的距离较小，弹丸的定位精度在有限范围内会受限。因此，在实际应用中需要考虑增大传感器之间的间距。



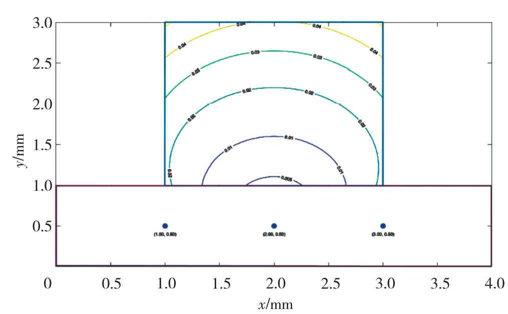
(a) 坐标为{(0,0,0), (2,0,0), (4,0,0)}的三点位传感器布阵精度



(b) 坐标为{(0,0.5,0), (2,0.5,0),(4,0.5,0)}的三点位传感器布阵精度



(c) 坐标为{(1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)}的三点位传感器布阵精度



(d) 坐标为{(1,0.5,0),(2,0.5,0),(3,0.5,0)}的三点位传感器布阵精度

图 7　坐标为{(0,0,0),(2,0,0),(4,0,0)}，{(0,0.5,0),(2,0.5,0),(4,0.5,0)}，{(1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)}，{(1,0.5,0),(2,0.5,0),(3,0.5,0)}的三点位传感器布阵精度

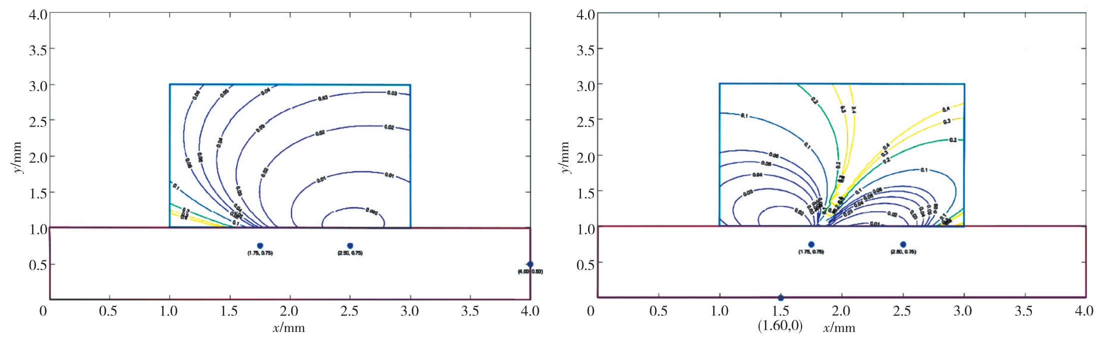
观察图 7(c)、(d)的等高线可看出，当传感器布阵方式使传感器相互共线时，尤其是在靠近弹丸入射范围时，精度较高。由图 7(a)、(b)和(d)的等高线分析中可得，在三点位传感器布阵中，如果在 y 方向设置传感器，那么在有限范围内弹丸的定位精度更高，相对于传感器共线布置的情况更优越。

实际应用中应尽量避免传感器共线的情况，并优先考虑在 y 方向设置传感器，以提高弹丸入射精度。

以上实验均选取了特殊点位，对有限范围内的弹丸入射精度进行了详细分析。为了验证这些结果在一般情况下的适用性，将通过 3 组坐标集合的选择来确定最佳传感器布阵和最差传感器布阵，以验证前述观点的可行性。

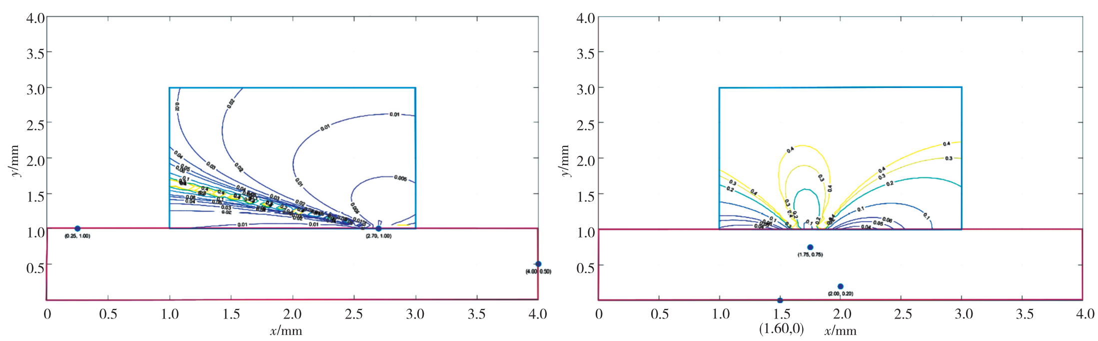
3 组坐标集合分别为{(1.5,0,0),(4,0.5,0),(1.75,0.75,0),(2.5,0.75,0)}、{(1.5,0,0),(4,0.5,0),(1.75,0.75,0),(2.5,0.75,0),(3,0.25,0),(0.25,1,0),(0.6,0.5,0),(2,0.2,0),(2.7,1,0)}、{(1.5,0,0),(4,0.5,0),(1.75,0.75,0),(2.5,0.75,0),(3,0.25,0),(0.25,1,0),(0.6,0.5,0),(2,0.2,0),(2.7,1,0),(3.5,0.8,0),(0.3,1,0),(1.8,0.3,0),(1,1,0),(2,0,0),(1,0.75,0)}。

传感器坐标选取范围为 $X\in(0,4)$，$Y\in(0,1)$，弹丸入射定位的范围设置为 $X\in(1,3)$，$Y\in(1,3)$。实验结果如图 8～10 所示。



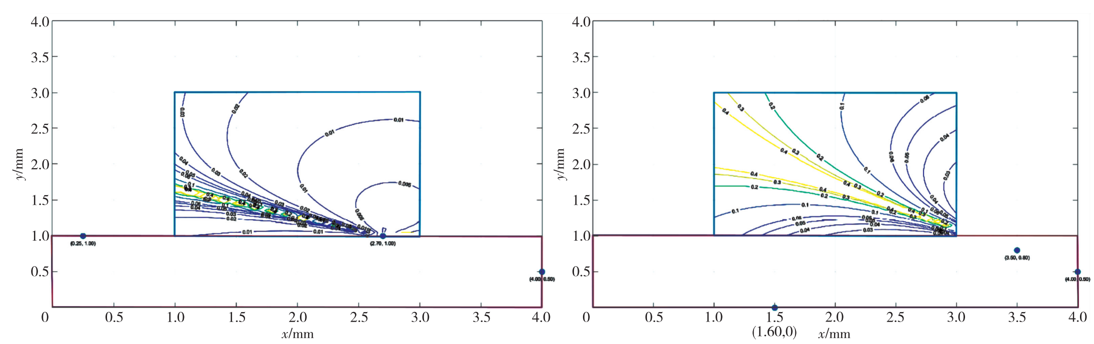
(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式 (b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

图 8 在有限范围 $X\in(1,3)$、$Y\in(1,3)$内坐标集合元素个数为 4 的三点位传感器布阵精度



(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式 (b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

图 9 在有限范围 $X\in(1,3)$、$Y\in(1,3)$内坐标集合元素个数为 9 的三点位传感器布阵精度



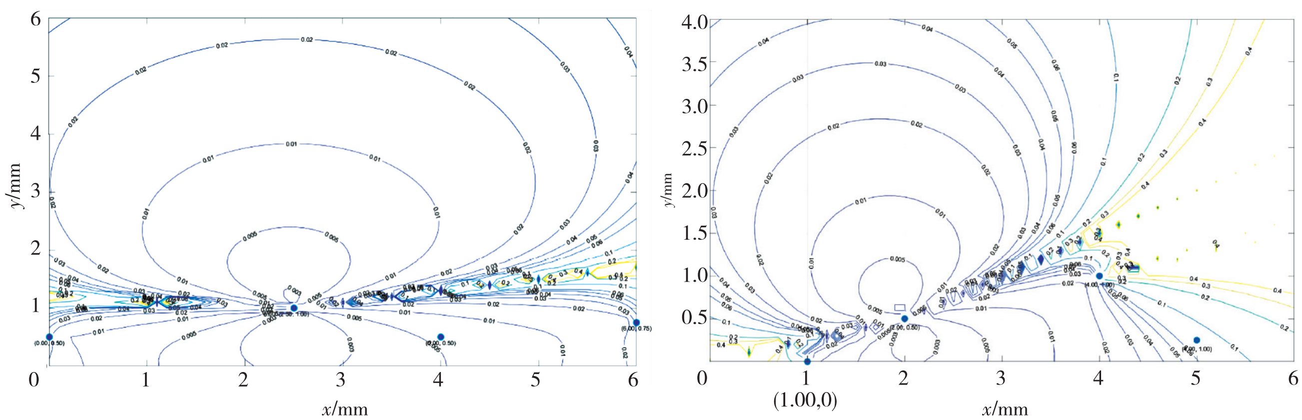
(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式 (b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

图 10 在有限范围 $X\in(1,3)$、$Y\in(1,3)$内坐标集合元素个数为 15 的三点位传感器布阵精度

由图 8—10 可看出,最佳传感器布局在 0.01 精度范围内的面积和高精度等高线分布均明显优于最差传感器布置。通过分析 3 组最佳传感器布局发现,传感器的分布基本符合前文特殊点位分析的结论。在实际应用中需考虑 3 个要点:传感器间的间距、y 方向设置传感器以及传感器布阵与弹丸入射范围的距离。因此,在实际情况下应综合以上分析,选择适宜的传感器布局方式,以提高弹丸入射精度。

为了进一步分析弹丸入射不同的实际情况下传感器布阵对于弹丸入射精度误差的影响,仿真实验计划扩大坐标集合的范围和弹丸入射的有限范围,以覆盖更多不同的应用场景。通过这一扩展实验,充分分析在各种条件下传感器布阵对于弹丸入射精度误差的影响,以全面评估弹丸定位精度误差,并确认其在实际情况下的可分析性和通用性。

首先通过实验分析增加传感器个数后的传感器布阵形式是否在宏观的理论角度可提高弹丸入射精度,分析弹丸入射在 0.01 m 精度下的等高线外包矩形的面积和高精度等高线的分布情况。在仿真实验研究中,扩大坐标集合的选取范围 $X \in (0,6)$,$Y \in (0,6)$。实验选取的坐标集合为{(1,0,0),(0,0.5,0),(3,0.75,0),(4,0.5,0),(5,0.25,0),(4,1,0),(2,0.5,0),(1.3,0.6,0),(2.5,1,0),(6,0.75,0)},以考察四点位或更多点位的传感器布阵情况,并分析多点位传感器布阵在实际应用中对弹丸或炮弹入射精度的影响。同时,实验结果将对多点位传感器布阵与三点位传感器布阵的性能进行比较,以全面评估其相对优劣,以便更全面地探讨传感器布阵在不同条件下的影响,实验结果如图 11 所示。

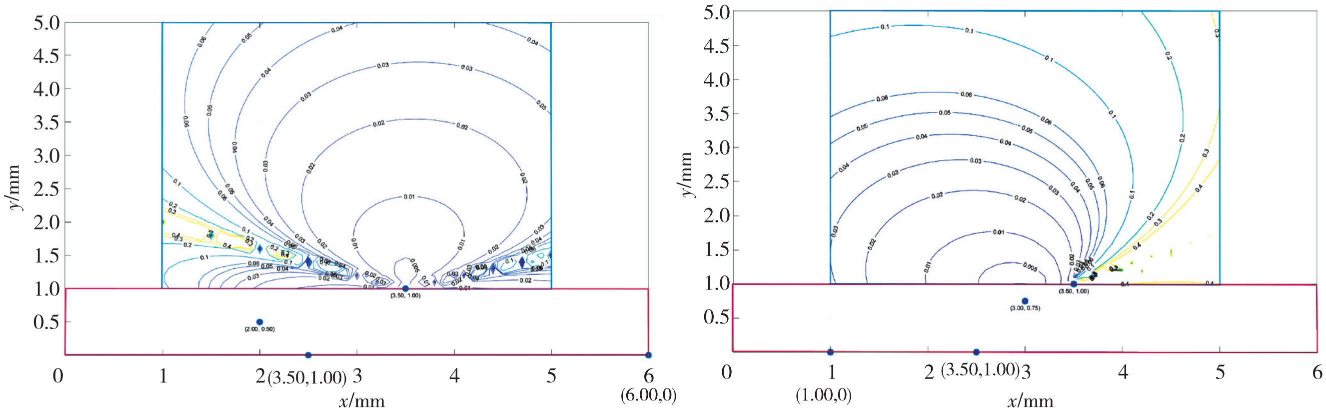


(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式　　(b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

图 11　坐标集合内元素个数为 9 的四点位传感器布阵精度

由图 11 可知,四点位传感器布阵的最优情况基本符合三点位传感器布站方式对弹丸入射精度的分析。通过对比发现,四点位传感器布阵中,无论是最优布阵或最差布阵在高精度等高线的分布面积均优于三点位传感器布阵。因此,适当增加传感器布阵中的传感器个数有助于提高弹丸入射精度。

基于上述理论验证和实验分析,现对实际情况下的实验进行分析。在仿真实验中,通过扩大弹丸入射有限空间 $X_T \in (1,5)$、$Y_T \in (1,5)$,同时坐标集合的选取范围设置为 $X \in (0,6)$、$Y \in (0,6)$,实验中选取的坐标集合为{(1,0,0),(2,0.5,0),(3.5,0,0),(4,1,0),(5,0.25,0),(5.5,0.75,0),(4.3,0.6,0),(4.3,0.6,0),(2,0.3,0),(6,0.7,0)},实验结果如图 12 所示。由图 12 可知,在限定了弹丸入射的范围后,四点位传感器布阵方式的高精度等高线的分布情况均要优于三点位传感器布阵方式,且在最优的四点位传感器布阵中,传感器的分布也依然遵循最优三点位传感器布阵的传感器分布规律。由此可得,在实际应用中,若弹丸入射靶面的范围较大,则可以结合实际情况添加传感器个数,同时结合传感器间距,到入射靶面的距离和传感器共线等情况,寻找最优的传感器布阵方式,以提高弹丸定位精度。



(a) 0.01 m精度条件下的最佳布阵方式　　(b) 0.01 m精度条件下的最差布阵方式

图 12　有限范围 $X\in(0,6)$，$Y\in(0,6)$内坐标集元素个数为 9 的四点位传感器布阵精度

4　结束语

本文分析了弹丸入射模型和基于时差误差的弹丸定位误差模型，并提出了一个最优传感器布阵的寻优模型。经过多组实验证明，传感器布阵需要满足一些基本规则，如传感器间距不宜太小，避免传感器共线排列，传感器布阵需靠近弹丸入射范围。结合寻优模型，本文在多组坐标集合内找到了最佳的传感器布阵方式，验证了特殊传感器布阵方式的规律。研究发现，在扩大弹丸入射范围后，增加传感器数量可有效增加高精度等高线的覆盖面积。因此，在实际设置高精度激波靶的传感器布阵时，需要综合考虑多个因素，具体的传感器布阵方式需要因情况而异，以获得在弹丸入射定位中的最高精度。

参考文献：

[1]　董杰，高楼. 弹丸任意角度入射弹着点声学检测模型[J]. 计算机仿真，2015，32(1)：10-14.
DONG Jie，GAO Lou. Impact point detection model of bullet shooting in any direction based on acoustics [J]. Computer simulation，2015，32(1)：10-14.

[2]　杨俊峰. 时差定位模型与定位精度分析[J]. 电子测试，2013(增 2)：103-105.
YANG Junfeng. Analysis of TDOA location model and location precision [J]. Electronic Testing，2013 (Suppl. 2)：103-105.

[3]　计寒. 基于 TDOA 的自动声报靶装置定位误差分析及优化设计[D]. 南京：南京理工大学，2018.

[4]　赵琨，何青益. 基于 GDOP 的三站时差定位精度分析[J]. 无线电工程，2012，42(5)：15-17.
ZHAO Kun，HE Qingyi. Analysis of location precision in tri-station TDOA location systems with GDOP [J]. Radio Engineering，2012，42(5)：15-17.

[5]　刘洋，刘晓波. 基于 GDOP 分析模型的双星无源定位系统精度研究[J]. 南昌航空大学学报(自然科学版)，2017，31(4)：7-13.
LIU Yang，LIU Xiaobo. Analysis of location precision in dual-satellite passive location system based on GDOP[J]. Journal of Nanchang Hangkong University：Natural Sciences，2017，31(4)：7-13.

[6]　王卓群，王驹，李亚军，等. 基于 GDOP 的四星时差定位精确度分析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报，2020，18(5)：808-812.
WANG Zhuoqun，WANG Ju，LI Yajun，et al. Precision analysis of four-satellite TDOA location based on geometric dilution of precision[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology，2020，18(5)：808-812.

[7]　董钧祥，李勤. 基于多星时差定位精度分析[J]. 煤炭技术，2010，29(10)：149-150.
DONG Junxiang，LI Qin. Accuracy analysis of TDOA-based multi-satellite passive source location[J]. Coal Technology，2010，29(10)：149-150.

[8]　李健，雷鸣，贺养养. 基于圆锥曲面斜入射弹着点声学检测模型[J]. 国外电子测量技术，2017，36(11)：124-128.
LI Jian，LEI Ming，HE Yangyang. Acoustic detection model of bullet shooting at oblique incidence based on conical surface[J]. Foreign Electronic Measurement Technology，2017，36(11)：124-128.